

**Aufgabe 1:** **$k$ -näre Zahldarstellung**

(6 Punkte)

In der Vorlesung wurde besprochen, wie man (in Analogie zu Dezimalbrüchen) rationale Zahlen als endliche oder periodische Binärbrüche darstellen kann. Verallgemeinern Sie diese Idee für eine beliebige Basis  $k \geq 2$ .

a) Berechnen Sie abbrechende oder periodische Darstellungen des Bruchs  $\frac{47}{80}$  zur Basis  $k = 3$  und des Bruchs  $\frac{7}{31}$  zur Basis  $k = 5$ .

b) Für welche ganzzahligen Werte  $x$  zwischen 1 und 20 ergibt sich eine abbrechende Darstellung des Bruchs  $\frac{x}{75}$  zur Basis 5? Begründen Sie Ihre Antwort!

**Aufgabe 2:****Boolesche Algebra**

(6 Punkte)

Untersuchen Sie mit Hilfe von Wertetabellen, welche der Operationen  $\rightarrow, \leftrightarrow, \oplus$  assoziativ sind.

**Aufgabe 3:****Boolesche Formeln**

(4 Punkte)

Ergänzen Sie in den folgenden vereinfachten Formeln alle ursprünglichen Klammern, zeichnen Sie den zugehörigen Syntaxbaum und bestimmen Sie den Rang der Formeln:

$$t_1 = x \vee y \wedge \neg z \wedge x \rightarrow y \vee z \text{ und } t_2 = (x \rightarrow y) \wedge y \vee x \vee \neg z \wedge y$$

**Aufgabe 4:****Aussagenverknüpfung**

(1+3+2 Punkte)

A(lice), B(ob), C(arol) und D(ave) treffen sich in einem Pub. Der völlig überforderte Kellner bringt nach einer halben Stunde vier Getränke: Ein Glas Bier, ein Glas Apfelsaft, ein Glas Wasser und ein Glas Rotwein. Obwohl das nicht die Bestellung war, beschließen die Freunde die gebrachten Getränke anzunehmen, um nicht zu verdursten. Es gibt aber einige Einschränkungen, die zu beachten sind:

- 1) Alice mag kein Bier,
  - 2) Bob und Carol sind mit dem Auto gekommen und wollen etwas Nichtalkoholisches,
  - 3) Bob soll Säure meiden und kann deshalb weder Wein noch Apfelsaft nehmen.
- a) Finden Sie eine Platzverteilung die alle Wünsche berücksichtigt. Ist sie eindeutig?
- b) Formulieren ein Modell, in dem sich die Bedingungen 1) bis 3) als Boolesche Terme ausdrücken lassen. Gibt es nur eine oder verschiedene Belegungen der Variablen, die alle drei Terme wahr machen?
- c) Falls die erfüllende Belegung eindeutig ist, begründen Sie warum. Wenn nicht, formulieren Boolesche Terme für weitere Bedingungen, die erfüllt sein müssen. In diesem Fall reicht es aus, eine weitere Bedingung genau aufzuschreiben und die anderen verbal (wie oben) zu formulieren.