

Aufgabe 1:**Huffman-Algorithmus**

(5 Punkte)

Für die Symbole aus der Menge $A = \{0, 1, \dots, 9\}$ ist die folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung gegeben.

a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Pr(a)	0,04	0,05	0,10	0,01	0,09	0,03	0,19	0,18	0,27	0,04

Bestimmen Sie einen Huffman-Code für diese Verteilung und den Erwartungswert der Codewortlänge des optimalen Codes. Welche Codierung hat die Zahl 1586?

Hinweis: Um nicht die Übersicht zu verlieren, sollten Sie neue Bezeichner für die Ergebnisse der Zwischenschritte verwenden.

Aufgabe 2:**Huffman-Codes und Fibonacci-Zahlen**

(5 Punkte)

Angenommen ein Text T setzt sich aus den Zeichen a_1, a_2, \dots, a_n zusammen und die Häufigkeit des Auftretens von a_i in T ist die i -te Fibonacci-Zahl f_i für alle i (beginnend mit $f_1 = f_2 = 1$). Zeigen Sie, dass in der optimalen Codierung von A für die gegebene Häufigkeitsverteilung Codewörter der Länge $n - 1$ auftreten.

Hinweis: Überlegen Sie, welche Eigenschaft der Fibonacci-Zahlen man (mit vollständiger Induktion!) beweisen muss.

Aufgabe 3:**Traversierung von Bäumen**

(2 + 4 + 3 Punkte)

a) Definieren Sie algenbraische Typen `BinTree1`, `BinTree2` und `BinTree3` für echte binäre Bäume (echt bedeutet, dass jeder innere Knoten genau zwei Kinder hat), wobei für `BinTree1` nur die Blätter, für `BinTree2` nur die inneren Knoten und für `BinTree3` alle Knoten mit `Int`-Werten markiert werden sollen.

b) Implementieren Sie die folgenden Funktionen:

`countOddLabels1 :: BinTree1 -> Int` soll die Anzahl der Blätter mit ungerader Markierung zählen

`spanOfLabels2 :: BinTree2 -> Int` soll die Differenz zwischen größter und kleinster Markierung ausgeben.

`countEvenPaths3 :: BinTree3 -> Int` soll die Anzahl der Wege von der Wurzel bis zu einem Blatt ausgeben, auf denen die Summe aller Markierungen (einschl. Wurzel und Blatt) gerade ist.

c) Implementieren Sie Funktionen `traverse1`, `traverse2` bzw. `traverse3` auf `BinTree1`, `BinTree2` bzw. `BinTree3`, welche die Liste der Knotenmarkierungen bei 1) Postorder-, 2) Inorder- bzw. 3) Preorder-Traversierungen der Bäume ausgeben.