12. Aufgabenblatt vom Freitag, den 19. Januar 2007 zur Vorlesung

Mathematik für Informatiker I

(Frank Hoffmann)

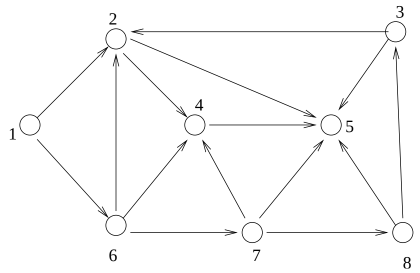
Abgabe bis Mittwoch, den 31. Januar 2007 bis $13^{\underline{00}}$

1. **Hamiltonsche Kreise** (4 Punkte)
   (a) Für welche $n, m \in \mathbb{N}$ ist der vollständige bipartite Graph $K_{n,m}$ ein Baum und für welche hat er einen Hamiltonschen Kreis, also einen Kreis, der alle Knoten genau einmal besucht?
   (b) Man gebe eine Formel für die Anzahl der verschiedenen Hamiltonschen Kreise in einem Hamiltonschen $K_{n,m}$ an und begründe sie!

2. **Bäume und kürzeste Wege** (4 Punkte)
   (a) Sei T ein Baum mit Wurzel, bei dem die Kanten von der Wurzel weg hin zu den Blättern gerichtet sind. So ein T heißt q–närer Baum, wenn von jedem inneren Knoten genau q Kanten abgehen. Was ist die Anzahl i von inneren Knoten und was ist die Anzahl l der Blätter in einem q–nären Baum mit insgesamt n Knoten?
   (b) Sei F ein Wald mit insgesamt n Knoten. Was können Sie über die minimale und maximale Anzahl m der Kanten sagen?
   (c) Gegeben sei ein ungerichteter zusammenhängender Graph G mit einem ausgezeichneten Knoten a. Sie sollen für Anfrageknoten x,y einen kürzesten Pfad (kann Knoten mehrfach besuchen) berechnen, der von x über a nach y führt. Warum existiert der und wie rechnen Sie ihn (algorithmisch)aus?

3. **Totale Senke finden** (4 Punkte) Ein *totale Senke* in einem gerichteten Graphen $G = (V, E)$ ohne Schleifen ist ein Knoten mit Ingrad $|V| - 1$ und Ausgrad 0. Der Graph sei in Adjazenzmatrixdarstellung (mit $|V|^2$ Einträgen) gegeben. Argumentieren Sie, dass man nur linear in $|V|$ viele Anfragen an Matrixeinträge stellen muss, um zu entscheiden, ob G eine totale Senke besitzt.

4. **BFS,DFS** (6 Punkte)
   Führen Sie BFS, DFS und falls möglich eine topologische Sortierung für diesen gerichteten Graphen (Adjazenzlisten aufsteigend geordnet) durch bei Start in Knoten 1. Beschreiben Sie insbesondere die Änderungen der Zustände der verwendeten Datenstrukturen



5. **Würfel** (2 Punkte)
   Kann man auf den 12 Kanten des 3–dimensionalen Würfels Gewichte von 1 bis 12 so verteilen, dass für jeden Knoten die Summe der Gewichte der inzidenten Kanten gleich ist?