6. Aufgabenblatt vom Freitag, den 24. November 2006 zur Vorlesung

Mathematik für Informatiker I

(Frank Hoffmann)

Abgabe am Mittwoch, den 06. Dezember 2006 bis $13^{\underline{00}}$

1. **Schubfachprinzip** (4 Zusatzpunkte) Zeigen Sie, dass bei der Auswahl einer Menge X von 100 ganzen Zahlen aus $\{1, 2, 3, \ldots, 200\}$, zwei Zahlen a, b enthalten sind mit $a|b$, falls in X wenigstens eine Zahl $c < 16$ dabei ist.
   Tipp: Schauen Sie sich Bsp. 4 aus Vl 10 an. Verwenden Sie dieselben Schubfächer.Indirekt: Wenn es kein solches Zahlenpaar gibt, dann muss in jedem Schubfach genau eine Zahl landen! Wo landet c?

2. **Briefmarken** (2 Punkte) Welche Beträge kann man mit 7cent–, 8cent– und 10cent–Briefmarken frankieren? Beweisen Sie die Antwort.

3. **Vollständige Induktion I** (2 Punkte) Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass genau in der Hälfte aller Bitstrings der Länge n eine gerade Anzahl von Einsen vorhanden ist.

4. **Vollständige Induktion II** (2 Punkte) Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass man für eine aufsteigend sortierte Folge $s = a_1 a_2 \ldots a_{2^n}$ von reellen Zahlen und eine Zahl b insgesamt höchstens $n + 1$ Abfragen der Form $b \leq a_i$ ausreichen um zu bestimmen, ob b ein Glied der Folge ist.

5. **Vollständige Induktion III** (2 Punkte) Beweisen Sie mit vollständiger Induktion über den Formelrang, dass man jeden Booleschen Term semantisch äquivalent in DNF schreiben kann.

6. **Abzählen I** (4 Punkte) Bestimmen Sie die Anzahl der ganzen Zahlen $1 \leq n \leq 250$ die weder durch 3 noch 5 teilbar sind, aber durch 7 teilbar sind. Begründung! Reines Durchprobieren zählt nicht!

7. **Abzählen II** (8 Punkte)

   (a) Wieviele Möglichkeiten gibt es, 12 Personen so linear auf einer langen Bank zu platzieren, dass zwei bestimmte Personen (die können sich nicht leiden) nicht nebeneinander sitzen? Anordnungen zählen als verschieden, wenn sich für irgendjemanden der linke Nachbar geändert hat.

   (b) Wieviele Möglichkeiten gibt es, n Frauen und n Männer so an einen runden Tisch zu platzieren, dass keine zwei Frauen nebeneinander sitzen? Wieder zählen Anordnungen als verschieden, wenn sich für jemanden der linke Nachbar ändert.