3. Aufgabenblatt vom Freitag, den 03. November 2006 zur Vorlesung

Mathematik für Informatiker I

(Frank Hoffmann)

Abgabe am Mittwoch, den 15. November 2006 bis $13^{\underline{00}}$

1. **Symmetrische Differenz** (6 Punkte)
   Beweisen Sie die folgenden Sachverhalte oder geben Sie ein Gegenbeispiel an!
   (a) $A \cap (B \oplus C) = (A \cap B) \oplus (A \cap C)$
   (b) $(A \cap B) \oplus (C \cap D) \subseteq (A \oplus C) \cap (B \oplus D)$
   (c) $(A \cup B) \oplus (C \cup D) \subseteq (A \cup C) \oplus (B \cup D)$

2. **Relationen** (4 Punkte)
   Sei $X = \{0, 1\}$. Sei B die Potenzmenge von $X \times X$, das ist also die Menge aller binärer Relationen in B.
   (a) Listen Sie alle Elemente von B auf!
   (b) Listen Sie alle Elemente auf von
   $$isInverseOf = \{(R, S) | R, S \in B, R = S^{-1}\}$$
   (c) Was ist $isInverseOf^{-1}$ und was $isInverseOf \circ isInverseOf$?

3. **Abschluss** (4 Punkte)
   Finden Sie für die folgenden Relationen jeweils den reflexiven Abschluss, den symmetrischen Abschluss und den transitiven Abschluss.
   (a) $\leq$ in $\mathbb{N}$
   (b) R in $\mathbb{N}$ mit xRy falls $y = x + 1$.
   (c) R in $\mathbb{R}$ mit xRy falls $y = x + 1$.
   (d) R in $\mathbb{R}$ mit xRy falls $|x - y| < 0.0005$.

4. **Äquivalenzrelationen** (4 Punkte)
   Zeigen sie, dass die folgenden Relationen Äquivalenzrelationen sind. Was sind die Äquivalenzklassen?
   (a) Für $x, y \in \mathbb{R}$ sei xRy genau dann, wenn $\sin(x) = \sin(y)$.
   (b) Für $x, y \in \mathbb{R}$ sei xRy genau dann, wenn entweder sind x, y beide positiv oder beide negativ oder beide 0.

5. **Falscher Beweis für falsche Aussage** (2 Punkte)
   Was ist falsch an folgendem Beweis: Wir zeigen, dass jede Relation, die symmetrisch und transitiv ist, automatisch auch reflexiv ist.
   Wir wählen für ein beliebiges x ein y mit xRy. Wegen der Symmetrie gilt auch yRx und schließlich wegen der Transitivität auch xRx.