Entwurf und Analyse von Algorithmen

Günter Rote, Tobias Lenz, Sven Scholz

Abgabe 7.2.2006 bis 12 Uhr s.t. in den entsprechenden Fächern

Aufgabe 1 Dynamisches Programmieren *0 Punkte*

Gesucht ist ein Algorithmus `LCS`, der von zwei gegebenen Zeichenketten eine längste gemeinsame Teilfolge findet. Eine Teilfolge zweier Zeichenketten x, y heißt gemeinsame Teilfolge der Länge l, wenn zwei streng monoton wachsende Indexfolgen $i_k, j_k, 1 \leq k \leq l$, existieren, so dass $\forall 1 \leq k \leq l : x_{i_k} = y_{j_k}$.

Ruft man z.B. `LCS(LOGARITHMUS, ALGORITHMUS)` auf, so sind `LGRITHMUS` und `LORITHMUS` beides korrekte Lösungen, da es keine längere gemeinsame Teilfolge gibt.

Nutzen Sie dynamisches Programmieren, um das Problem effizient zu lösen.

Hinweis: Überlegen Sie sich zuerst eine einfache rekursive Lösung.

Aufgabe 2 Einfache Wege *0 Punkte*

Ein *einfacher Weg* in einem Graphen zwischen zwei Knoten s, t ist ein Weg von s nach t, der keinen Knoten mehrfach besucht. Zeigen Sie mittels Reduktion, dass das Problem einen längsten einfachen Weg zu finden NP-schwer ist.

Aufgabe 3 NP-Vollständigkeit *10 Punkte*

Das Partitionierungsproblem ist, zu entscheiden, ob eine Menge M von ganzen Zahlen so ein zwei Mengen M_1, M_2 zerteilt werden kann, dass $M_1 \cup M_2 = M, M_1 \cap M_2 = \emptyset$ und $\sum_{x \in M_1} x = \sum_{y \in M_2} y$.

Zeigen Sie, dass das Partitionierungsproblem NP-vollständig ist.

Aufgabe 4 Rekursionsgleichungen *0 Punkte*

Finden Sie geschlossene Ausdrücke für die asymptotische Größe der folgenden Rekursionsgleichungen. Machen Sie ggf. sinnvolle Annahmen über Rekursionsanker.

(a) $T(n) = 4T(n/2) + \log n$

(b) $T(n) = 2T(n-3) + 1$

(c) $T(n) = T(\sqrt{n}) + n$

(d) $T(n) = T(n/4) + T(n/8) + 7$