

18. Aufgabenblatt vom Mittwoch, den 15. Juli 2009 zur Vorlesung

Pro Informatik: Logik & Diskrete Mathematik

(Klaus Kriegel, Frank Hoffmann)

Abgabe: Besprechung im Tutorium

1. Gruppen

In einer Gruppe G mit neutralem Element e sei für jedes $x \in G$ und jedes $n \in \mathbb{N}$ das Element x^n rekursiv definiert: $x^0 = e$ und $x^{k+1} = x^k * x$.

Beweisen Sie unter Verwendung der Gruppenaxiome die folgenden Aussagen:

- (a) In einer Gruppe G kann man linksseitig und rechtsseitig kürzen, d.h. aus $x*y = x*z$ folgt $y = z$ und aus $x*z = y*z$ folgt $x = y$ für beliebige $x, y, z \in G$.
- (b) Für beliebige $k, n \in \mathbb{N}$ gilt $x^{k+n} = x^k * x^n$.
- (c) In einer endlichen Gruppe G gibt es für jedes Element $x \in G$ eine natürliche Zahl $k \geq 1$, so dass x^k das neutrale Element der Gruppe ist.
- (d) In einer endlichen Gruppe G gibt es für jedes Element $x \in G$ eine natürliche Zahl k , so dass x^k das zu x inverse Element \bar{x} ist.

2. Gruppen

Beweisen Sie unter Verwendung der Verbandsaxiome, dass die Funktion sup als Operation kommutativ und assoziativ ist, d.h., dass $sup(x, y) = sup(y, x)$ und $sup(x, sup(y, z)) = sup(sup(x, y), z)$ gelten.

3. Wiederholung Äquivalenzrelationen

Es seien a, b, c, d, e, f die Eckpunkte eines regelmäßigen Sechsecks mit Mittelpunkt m und sei \mathcal{D} die Menge der 3-Kombinationen von M , bei denen die drei Punkte **nicht** auf einer Geraden liegen (also ein Dreieck aufspannen). Wieviele 3-Kombinationen liegen in \mathcal{D} (d.h. wieviele Dreiecke gibt es)?

In der Menge \mathcal{D} definieren wir die Äquivalenzrelationen \approx und \sim wie folgt:

$A \approx B \iff$ die von A und B aufgespannten Dreiecke sind kongruent (deckungsgleich, d.h. die Seitenlängen sind paarweise gleich)

$A \sim B \iff$ die von A und B aufgespannten Dreiecke haben gleichen Flächeninhalt.

Bestimmen Sie die Größe (Anzahl der 3-Kombinationen) der einzelnen Äquivalenzklassen und geben Sie für jede einen Repräsentanten an. Tragen Sie die Ergebnisse in die folgende Tabelle ein!

Äquivalenzrelation \approx			Äquivalenzrelation \sim		
Anz. d. Äquivalenzkl.:			Anz. d. Äquivalenzkl.:		
Klasse Nr.	Größe	Repräsentant	Klasse Nr.	Größe	Repräsentant
1			1		
2			2		
3			3		
4			4		
5			5		
6			6		