

16. Aufgabenblatt vom Montag, den 13. Juli 2009 zur Vorlesung

Pro Informatik: Logik & Diskrete Mathematik  
(Klaus Kriegel, Frank Hoffmann)

Abgabe: keine, wird im Tutorium besprochen

**1. Alte Klausuraufgabe**

- (a) Untersuchen Sie, ob der NAND-Operator assoziativ ist.
- (b) Betrachten Sie die Menge der Booleschen Terme über  $n$  Variablen. Wie viele Äquivalenzklassen gibt es bezüglich semantischer Äquivalenz? Begründung!  
2 Zusatzpunkte: Zeigen Sie, dass alle diese Äquivalenzklassen gleichmächtig sind.
- (c) Zeigen Sie, dass der Durchschnitt zweier Äquivalenzrelationen  $R, R'$  wiederum eine Äquivalenzrelation ist.

**2. Rekursion**

Lösen Sie die inhomogene lineare Rekursionsgleichung  $f(0) = 4, f(n) = 2f(n-1) + n + 5$ .

**3. Ein Graph**

Die Wörter einer festen Länge  $n$  über dem Alphabet  $\{A, C, G, T\}$  bilden die Knotenmenge  $V_n$  eines ungerichteten Graphen  $G_n = (V_n, E_n)$ . Zwei solche Wörter seien adjazent, wenn sie sich an genau einer Stelle unterscheiden (und sonst gleich sind).

- (a) Welchen Grad haben die Knoten von  $G_n$ ? Wieviele Knoten und wieviele Kanten hat  $G_n$ ? Begründung!
- (b) Wie lang ist ein kürzester Weg zwischen zwei Knoten höchstens (kurze Begründung)?
- (c) Ein Kreis in einem Graphen wird Hamiltonkreis genannt, wenn er jeden Knoten genau einmal besucht. Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass  $G_n$  einen Hamiltonkreis hat.

**4. Bäume und Wälder**

Beschreiben Sie verbal, wie man algorithmisch für einen ungerichteten, in Adjazenzlistenform gegebenen Graphen entscheidet, ob er

- (a) ein Baum ist
- (b) ein Wald ist
- (c) zusammenhängend ist und genau einen Kreis enthält
- (d) genau einen Kreis enthält
- (e) mehr als einen Kreis enthält.

Hinweis: Sie können in der Vorlesung besprochene Algorithmen benutzen, ohne sie nochmal explizit zu beschreiben.

Zusammenhängende Graphen, die genau einen Kreis besitzen, sind sehr ähnlich zu Bäumen und haben deshalb eine davon abgeleitete einfache Charakterisierung...

### 5. DFS,BFS

Berechnen Sie für den unten dargestellten Graphen DFS- und BFS-Baum bei Start in Knoten  $a$ . Illustrieren Sie insbesondere, wie sich die verwendeten Datenstrukturen während des Algorithmus ändern. Der Graph sei in Adjazenzlistenform gegeben, und die einzelnen Listen seien alphabetisch sortiert.

