

8. Aufgabenblatt vom Montag, den 01. Juli 2009 zur Vorlesung

Pro Informatik: Logik & Diskrete Mathematik  
(Klaus Kriegel, Frank Hoffmann)

Abgabe: keine Abgabe

1. **Beweis mit Widerspruch**

Beweisen Sie die folgende Aussage durch Widerspruch:

In einem stumpfwinkligen Dreieck gibt es mindestens einen Winkel, der kleiner als  $\pi/4$ , also  $45^\circ$  ist. Dabei kann der bekannte Satz über die Winkelsumme in einem Dreieck verwendet werden.

2. **Vollständige Induktion**

Beweisen Sie die folgenden Aussagen mit vollständiger Induktion:

- (a) Für jede natürliche Zahl  $n$  ist  $(n^3 + 2n)$  durch 3 teilbar.
- (b) Für beliebige reelle Zahlen  $a$  und  $r \neq 1$  und für jede natürliche Zahl  $n$  gilt (Summenformel für die geometrische Reihe) :

$$\sum_{k=0}^n ar^k = \frac{ar^{n+1} - a}{r - 1}$$

- (c) Für jede natürliche Zahl  $n \geq 1$  gilt:

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - \dots + (-1)^{n-1}n^2 = (-1)^{n-1} \frac{n(n+1)}{2}$$

- (d) Für jede ungerade natürliche Zahl  $n$  gilt, dass  $n^2 - 1$  durch 8 teilbar ist.

3. **Vollständige Induktion und Geometrie**

Beweisen Sie, dass jede Menge von  $n \geq 1$  Geraden, von denen keine zwei parallel verlaufen und von denen sich keine drei in einem Punkt schneiden, die Ebene in genau  $\frac{n^2+n+2}{2}$  Gebiete unterteilt.