

Pro Informatik: Logik & Diskrete Mathematik
(Klaus Kriegel, Frank Hoffmann)

Abgabe: Montag, den 29. Juni, vor der Vorlesung

1. **KNF und DNF** (2+6 Punkte)

Die Boolesche Funktion $f : \mathbb{B}^3 \rightarrow \mathbb{B}$ soll auf einem Eingabetupel (x, y, z) das folgende Verhalten haben:

Ist $x = 0$, dann soll f den Wert von y ausgeben, ist dagegen $x = 1$, dann soll f den Wert von z ausgeben.

- (a) Stellen Sie für die Funktion f eine Wertetafel auf
- (b) Konstruieren Sie die kanonische DNF und die kanonische KNF von f und vereinfachen Sie beide, soweit das möglich ist.

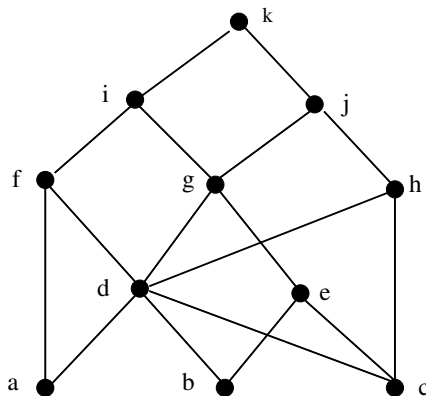
2. **Funktionale Vollständigkeit** (8 Punkte)

Entscheiden Sie für die folgenden vier logischen Signaturen ob sie funktional vollständig sind und Begründen Sie Ihre Antwort. Das Symbol \downarrow steht für die Negation der Disjunktion, das sogenannte NOR.

- a) $\{ \downarrow \}$
- b) $\{ \Rightarrow \}$
- c) $\{ \neg, \Rightarrow \}$
- d) $\{ \vee, \Rightarrow \}$

3. **Ordnungsrelationen** (5 Punkte)

Bestimmen Sie für die im Hasse-Diagramm dargestellte Halbordnung die folgenden Maxima, Minima, Suprema und Infima, falls sie existieren.



$\min(\{b, f, h, i\})$

$\max(\{a, b, h, i\})$

$\sup(\{a, c, e, f\})$

$\inf(\{f, h, j\})$

$\inf(\{d, e, f, i\})$

4. **Äquivalenzrelationen** (6+3 Punkte)

Gegeben ist eine Menge von Gitterpunkten $M = \{1, 2, 3, 4\} \times \{1, 2, 3, 4\}$. Betrachten Sie die folgenden

Äquivalenzrelationen auf $M \times M$:

1) $(a, b) \sim (c, d) \Leftrightarrow a = c$

2) $(a, b) \approx (c, d) \Leftrightarrow a - b = c - d$

3) $(a, b) \simeq (c, d) \Leftrightarrow a + b + c + d$ ist gerade.

- (a) Bestimmen Sie für jede der drei Relationen ein Repräsentatensystem und geben sie für jeden genannten Repräsentanten die Größe seiner jeweiligen Äquivalenzklasse an.
- (b) Stellen Sie die drei Äquivalenzklassenzerlegungen in Skizzen dar und geben Sie eine geometrische Interpretation der jeweiligen Zerlegung.