4. Aufgabenblatt vom Donnerstag, den 25.Juni 2009 zur Vorlesung

Pro Informatik: Logik & Diskrete Mathematik

(Klaus Kriegel, Frank Hoffmann)

Abgabe: keine, wird im Tutorium besprochen

1. **Mengenfamilie**
   Wir betrachten die Familien $\{A_i \mid i \in \mathbb{N}^+\}$ und $\{B_i \mid i \in \mathbb{N}^+\}$ von Punktmengen in der Ebene, die wie folgt beschrieben sind: Zur Menge A_i (bzw. zur Menge B_i) gehören alle Punkte in der abgeschlossenen Kreisscheibe mit dem Mittelpunkt $(0, i)$ und dem Radius i (bzw. mit dem Mittelpunkt $(\frac{1}{i}, 0)$ und dem Radius $\frac{1}{i}$).
   Bestimmen Sie die folgenden Vereinigungen und Durchschnitte und begründen Sie Ihre Lösung: *a)* $\bigcap_{i\in\mathbb{N}^+} A_i$ *b)* $\bigcup_{i\in\mathbb{N}^+} A_i$ *c)* $\bigcap_{i\in\mathbb{N}^+} B_i$ *d)* $\bigcup_{i\in\mathbb{N}^+} B_i$

2. **Abschluss**
   Finden Sie für die folgenden Relationen jeweils den reflexiven Abschluss, den symmetrischen Abschluss und den transitiven Abschluss.

   (a) $\leq$ in $\mathbb{N}$
   (b) R in $\mathbb{N}$ mit xRy falls $y = x + 1$.
   (c) R in $\mathbb{R}$ mit xRy falls $y = x + 1$.
   (d) R in $\mathbb{R}$ mit xRy falls $|x - y| < 0.0005$.

3. **Verständnis**

   (a) Richtig oder falsch? Für reflexive Relationen R gilt $R \subseteq R \circ R$. Begründung!
   (b) Welche Äquivalenzrelationen auf der Menge $\{a, b, c, d\}$ enthalten die Menge $\{(a, c), (d, c)\}$?

4. **Äquivalenzrelationen**
   Zeigen sie, dass die folgenden Relationen Äquivalenzrelationen sind. Was sind die Äquivalenzklassen?

   (a) Für $x, y \in \mathbb{R}$ sei xRy genau dann, wenn $\sin(x) = \sin(y)$.
   (b) Für $x, y \in \mathbb{R}$ sei xRy genau dann, wenn entweder sind x, y beide positiv oder beide negativ oder beide 0.

5. **Falscher Beweis für falsche Aussage**
   Was ist falsch an folgendem Beweis: Wir zeigen, dass jede Relation, die symmetrisch und transitiv ist, automatisch auch reflexiv ist.
   Wir wählen für ein beliebiges x ein y mit xRy. Wegen der Symmetrie gilt auch yRx und schließlich wegen der Transitivität auch xRx.