

Algorithmische Geometrie

Helmut Alt (Claudia Dieckmann, Sven Scholz)

Abgabe 22.05.2009 **vor** der Vorlesung

Aufgabe 1 L_1 -Voronoi-Diagramme

6 Punkte

Gegeben sei eine Menge $S = \{p_1, \dots, p_n\}$ von n Punkten in der Ebene. Die L_1 Metrik ist definiert durch $d_1(p, q) = |p_x - q_x| + |p_y - q_y|$ für $p = (p_x, p_y), q = (q_x, q_y)$.

Die L_1 -Voronoi-Regionen, -Kanten und -Ecken, sowie das L_1 -Voronoi-Diagramm von S sind nun analog zum üblichen Fall definiert. Welcher Art sind die Kurven, die die L_1 -Kanten beschreiben? Sind es immer Kurven? Geben Sie einige Beispiele von L_1 -Voronoi-Diagrammen an (Zeichnungen); unter anderem den Bisektor der Punkte $(0, 0)$ und $(1, 1)$.

Aufgabe 2 Voronoi-Diagramme von Strecken

7 Punkte

Gegeben sei eine Menge $S = \{s_1, \dots, s_n\}$ von n disjunkten Strecken in der Ebene. Die *Voronoi-Region* $VR(s_i)$ der Strecke s_i ist definiert als

$$VR(s_i) := \{p \in \mathbb{R}^2 \mid d(s_i, p) < d(s_j, p), j = 1, \dots, n, j \neq i\}.$$

Dabei ist für eine Strecke s und einen Punkt p $d(s, p)$ der kürzeste Abstand von p zu einem Punkt auf s .

Die Voronoi-Kanten und Ecken, sowie das Voronoi-Diagramm von S sind nun analog zum üblichen Fall definiert. Welcher Art sind die Kurven, die die Voronoi-Kanten beschreiben? Geben Sie einige Beispiele von Voronoi-Diagrammen von Strecken an (Zeichnungen).

Aus wie vielen Ecken, Kanten und Zellen kann $VD(S)$ höchstens bestehen? Zeigen Sie dazu, dass die Voronoi-Regionen zusammenhängend sind.

Aufgabe 3 Suchen in ebenen Unterteilungen

7 Punkte

Beschreiben Sie eine *einfache* Datenstruktur für das Suchen in ebenen Unterteilungen. Die Anfragezeit soll $O(\log n)$ sein. Bestimmen Sie auch die Vorverarbeitungszeit und den Speicherplatz der Datenstruktur.

Hinweis: Ziehen Sie durch jeden Knoten der ebenen Unterteilung eine vertikale Gerade.