

Algorithmische Geometrie

Helmut Alt, Ludmila Scharf, Matthias Henze

Abgabe 27.4.2015

Aufgabe 1 Geradendarstellung

6 Punkte

- (a) Eine Gerade g in der Ebene kann man auf verschiedene Art und Weise darstellen:
- (a) Als affine Hülle von zwei Punkten p und q :
 $g = \{\vec{p} + \lambda(\vec{q} - \vec{p}) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$.
 - (b) Als Nullstellenmenge einer linearen Gleichung:
 $g = \{\vec{x} = (x, y) \mid ax + by + c = 0\}$.
 - (c) In Hessescher Normalform (HNF):
 $g = \{\vec{x} \mid \vec{n}\vec{x} + c = 0\}$ wobei $\|\vec{n}\| = 1$.

Geben Sie an, wie man zwischen den verschiedenen Darstellungen umrechnen kann, und beschreiben Sie die arithmetischen Operationen, die dafür benötigt werden.

- (b) Sei eine Gerade g in HNF gegeben, $g = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^2 \mid \vec{n}\vec{x} + c = 0\}$. Zeigen Sie, daß für jeden Punkt $p \in \mathbb{R}^2$ der Abstand von p zu g , $d(p, g) := \min\{\|p - q\|, q \in g\}$ gegeben ist durch $|\vec{n}\vec{x} + c|$.

Aufgabe 2 Implementierung

7 Punkte

Implementieren Sie in Java die Datentypen *Punkt* (im \mathbb{R}^2), *Strecke* und *orientierte Gerade* (unter Benutzung der Hesseschen Normalform, wobei $\vec{n}\vec{x} + c > 0$ links und $\vec{n}\vec{x} + c < 0$ rechts bedeuten soll) und implementieren Sie Algorithmen für die folgenden Probleme.

- (a) Gegeben zwei Punkte $p, q \in \mathbb{R}^2$. Berechne die von p nach q orientierte Gerade.
- (b) Gegeben zwei Geraden, berechne den Schnittpunkt, falls er existiert.
- (c) Gegeben zwei Strecken, entscheide, ob sie sich schneiden. Wenn ja, berechne den Schnittpunkt.
- (d) Gegeben eine orientierte Geraden g und ein Punkt p , entscheide ob p links von, rechts von oder auf g liegt.

Diese Datentypen und Prozeduren sollen im Laufe des Semesters als "Bausteine" innerhalb komplexerer Algorithmen benutzt werden können.

Aufgabe 3 BHD

7 Punkte

Gegeben sei ein konvexes n -Eck P in *BHD*. Arbeiten Sie die Algorithmen der Laufzeit $O(\log(n))$ zur Entscheidung, ob ein Punkt p in P liegt und zur Berechnung des Durchschnitts $P \cap g$ für eine beliebige Gerade g in allen Einzelheiten aus (Pseudocode oder verbale Beschreibung).