

## Grundlagen der Theoretischen Informatik, SoSe 2008

(Dr. Frank Hoffmann)

**Abgabe:** Montag, 30. Juni 2008, vor der Vorlesung

---

### Aufgabe 1 Deterministischer pda (4 Punkte)

Beschreiben Sie einen deterministischen Kellerautomaten, der genau alle 0-1-Wörter akzeptiert, die gleichviele Nullen und Einsen enthält.

### Aufgabe 2 Entscheidbar (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Frage entscheidbar ist, ob eine durch eine kontextfreie Grammatik  $G$  erzeugte Sprache  $L(G)$  in  $L(G')$  enthalten ist, wobei  $G'$  regulär ist.

**Aufgabe 3 Nichtdeterminismus!!** (6 Punkte) Bei der Lösung der folgenden Sternchen-Aufgabe aus dem Sipser-Buch muss man Nichtdeterminismus exzessiv benutzen. Zeigen Sie durch Beschreibung eines pda's, dass die Sprache

$$L = \{v\$w \mid v, w \in \{0, 1\}^*, v \neq w\}$$

kontextfrei ist.

### Aufgabe 4 Nicht nach links! (2+4 Punkte)

- Kann eine deterministische 1-Band-1-Kopf-TM, die eine Sprache entscheidet und dabei nur Kopfbewegungen R oder N benutzt, durch einen dfa simuliert werden?
- Betrachten Sie eine TM mit einem Band und zwei Lese/Schreib-Köpfen, die sich nur nach rechts bewegen bzw. stehen bleiben können bei jedem Schritt. Zu Beginn einer Berechnung stehen beide Köpfe links neben der Eingabe. Beweisen Sie, dass man mit solchen TM die kontextfreie Sprache  $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$  und die kontextsensitive Sprache  $L_2 = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$  entscheiden kann.

### Aufgabe 5 Endliche Automaten (6 Zusatzpunkte)

Sei  $\Sigma = \{a, b\}$  und  $L$  die Menge aller nichtleeren Wörter über  $\Sigma$ , deren letztes Zeichen mindestens noch einmal im Wort vorkommt.

- Geben Sie einen regulären Ausdruck für  $L$  an.
- Geben Sie einen (nichtdeterministischen) endlichen Automaten an, der die Sprache  $L$  entscheidet.
- Geben Sie eine Typ-3-Grammatik  $G$  an, so dass  $L(G) = L$ .

### Aufgabe 6 Grammatiken (6 Zusatzpunkte)

- (a) Gegeben Sei eine Grammatik  $G$  mit  $V = \{S, X, Y, Z\}$ ,  $\Sigma = \{0, 1\}$ , Startvariable  $S$  und folgenden Regeln.

$$S \rightarrow XY \mid ZX$$

$$X \rightarrow YY \mid 1$$

$$Y \rightarrow ZX \mid 0$$

$$Z \rightarrow XZ \mid 0$$

Ist das Wort  $w = 01010$  in  $L(G)$ ? Verwenden Sie z.B. den CYK-Algorithmus. Wenn ja, geben Sie einen Ableitungsbaum an.

- (b) Sind die folgenden Sprachen kontextfrei? Geben Sie eine formale Begründung.

$$L_1 = \{a^i b^j \mid i^2 = j, i \geq 1\}$$

$$L_2 = \{a^i b^j \mid i = j \text{ oder } i = 2j, j \geq 1\}$$

### Aufgabe 7 Verständnisfragen (8 Zusatzpunkte)

Sind die folgenden Aussagen richtig (ja, nein, nicht bekannt)? Begründen Sie jeweils in höchstens zwei Sätzen.

- Semientscheidbare Sprachen sind unter Komplementbildung abgeschlossen.
- Reguläre Sprachen können in linearer Zeit entschieden werden.
- Es gibt nur abzählbar viele nichtäquivalente Grammatiken über  $\Sigma = \{0, 1\}$ .
- Alle echten Teilsprachen von unentscheidbaren Sprachen sind unentscheidbar.
- Ist das Modell der 1-Kopf-Turing-Maschine mit den drei möglichen Kopfbewegungen "links" (L), "rechts" (R) und "keine Bewegung" (N) mächtiger als ein Turing-Maschinen-Modell, bei dem nur die Kopfbewegungen L und R erlaubt sind?
- Eine unendliche reguläre Sprache  $L$  besitzt unendlich viele unendliche reguläre Teilsprachen, jedoch nicht überabzählbar viele solche.
- 2-Punkte-Zusatzfrage: Wie passen die beiden Aussagen, daß SAT für KNF-Formeln NP-vollständig, für DNF-Formeln aber in P liegt, zusammen? Man kann doch jede KNF-Formel in eine DNF-Formel umwandeln, oder?