

## Grundlagen der Theoretischen Informatik, SoSe 2008

(Dr. Frank Hoffmann)

**Abgabe:** Montag, 26. Mai 2008, vor der Vorlesung

---

### Aufgabe 1 Eine Turing-berechenbare Funktion (4 Punkte)

Sei  $f$  die Funktion, die jeder natürlichen Zahl  $n$  den Wert 1 zuordnet, falls es in der Dezimaldarstellung von  $\pi$  einen geschlossenen Block von  $n$  Sechsen gibt. Ansonsten sei der Funktionswert 0. Obwohl man  $f$  nicht kennt, kann man doch beweisen, dass  $f$  rekursiv ist. Wie? Benutzen Sie den Fakt, dass  $f(n) \geq f(n+1)$  gilt.

### Aufgabe 2 Schleifen(3 Punkte)

Nach welcher Zeit gerät eine 1-Band-TM, die auf einer Eingabe der Größe  $n$  höchstens die Bandzellen  $1, \dots, s(n)$  besucht, notwendigerweise in eine Schleife? Begründen Sie Ihre Antwort, die von  $s(n)$  und der Größe des Bandalphabets bzw. der Zustandsmenge abhängen sollte.

### Aufgabe 3 Nichtdeterministische Turing-Maschinen (5 Punkte)

Sei  $(Q, \Sigma, \Gamma, \sqcup, \delta, q_0, F)$  eine nichtdeterministische Turing-Maschine NTM mit

$$\delta : Q \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma \times \{L, R, N\}).$$

Beschreiben Sie verbal eine mögliche Simulation einer solchen nichtdeterministischen Turing-Maschine durch eine deterministische (Mehrband-)Turing-Maschine und zeigen Sie damit, dass sie kein stärkeres Berechnungsmodell darstellt.

Hinweis: Beachten Sie, dass die Länge einzelner Rechenwege der NTM auch unendlich sein kann.

### Aufgabe 4 Kodierte dfa (6 Punkte)

Zeigen Sie, warum die beiden folgenden Sprachen entscheidbar sind. Dabei sei  $\langle A \rangle$  eine geeignete Kodierung eines endlichen Automaten  $A$ . (Machen Sie sich klar, wie so etwas aussehen könnte!)

- (a)  $L_\infty = \{ \langle A \rangle \mid A \text{ ist ein dfa und } L(A) \text{ ist unendlich} \}$
- (b)  $L_{\text{all}} = \{ \langle A \rangle \mid A \text{ ist ein dfa und akzeptiert } \Sigma^* \}$

### Aufgabe 5 Abzählbarkeit (2 Punkte)

Beweisen Sie, dass die Menge der Abbildungen der natürlichen Zahlen in die natürlichen Zahlen nicht abzählbar ist.

**Aufgabe 6** Ausgaben von fleissigen Turing-Maschinen (0 Punkte, aber mit Spaßgarantie)

Welche Ausgabe produziert die umseitig gegebene Turing-Maschine auf einem leeren Band. Die 0 entspricht dabei dem "blank"-Symbol, also  $\Sigma = \{1\}$ ,  $\Gamma = \{0, 1\}$  und in jeder Bandzelle steht am Anfang eine 0.

Hinweis: Verwenden Sie nicht zu viel Zeit auf die Verfolgung einzelner Wege. Recherchieren Sie ggf. im Internet, Stichwort 'busy beaver'.

