3. Aufgabenblatt zur Vorlesung

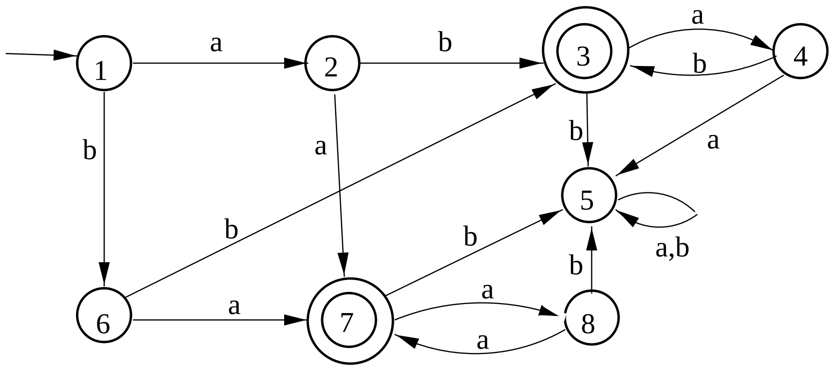
Grundlagen der Theoretischen Informatik, SoSe 2008

(Dr. Frank Hoffmann)

Abgabe: Dienstag, 13. Mai 2008, 12 Uhr

Aufgabe 1 Minimalautomat (4 Punkte)

Konstruieren Sie zu folgendem dfa einen äquivalenten mit minimaler Zustandszahl.



Aufgabe 2 Homomorphismen (6 Punkte)

Seien Δ, Σ endliche Alphabete und h eine Funktion von Σ nach Δ^*. Wir erweitern h mittels

$$h(\epsilon) = \epsilon, \qquad h(wy) = h(w)h(y), w \in \Sigma^*, y \in \Sigma$$

zu einer Funktion von Σ^* nach Δ^*. Eine solche Funktion heißt Homomorphismus. Beweisen Sie:

(a) Sei $\Sigma = \{0, 1\}, \Delta = \{a, b\}$. Sei $h(0) = aa$ und $h(1) = aba$. Bestimmen Sie das Urbild $h^{-1}(L)$ für die durch den regulären Ausdruck $(ab \cup ba)^*a$ gegebene Sprache L über Δ.

(b) Ist $L \subseteq \Sigma^*$ eine reguläre Sprache, so ist auch $h(L) = \{h(w) | w \in L\}$ regulär.

(c) Ist $L \subseteq \Delta^*$ regulär, so ist auch das Urbild $h^{-1}(L) = \{w \in \Sigma^* | h(w) \in L\}$ regulär.

Aufgabe 3 Mealy–Automaten (4 Punkte)

Endliche Automaten M vom Mealy–Typ (auch *finite state transducer* genannt) sind solche, die bei Eingabe eines Strings einen String der gleichen Länge als Ausgabe produzieren (also keine ja/nein–Entscheidung wie bei dfa's). Formal ist ein solches M ein 5–Tupel $(Q, \Sigma, \Sigma', \delta : Q \times \Sigma \to Q \times \Sigma', s)$, wobei Q die endliche Zustandsmenge, Σ das Eingabealphabet, Σ' das Ausgabealphabet, s der Startzustand und δ eine Funktion ist, die einem Zustand und einem Eingabesymbol einen Nachfolgezustand und ein Ausgabesymbol zuordnet. Die Zustandsüberführungsdiagramme enthalten auf den Pfeilen dann statt Eingabesymbol nun Eingabe-/Ausgabesymbol.

Konstruieren Sie einen solchen Automaten über $\Sigma = \Sigma' = \{0, 1\}$, der die Bits auf den geraden Stellen und des weiteren an jeder fünften Stelle einer Eingabesequenz unverändert lässt, an den anderen Stellen aber kippt.

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Beweisen Sie, daß die Sprache $L = \{0^p | p \text{ prim}\}$ nicht regulär ist, der Kleene'sche Abschluß L^* davon aber doch.

Aufgabe 5 Nerode–Relation (3 Punkte)

Geben Sie die Äquivalenzklassen der Nerode–Relation für die folgende Sprache über $\Sigma = \{0\}$ an:

$$L = \{0^k | k \geq 1 \text{ und } k = n^2 \text{ für ein } n \in \mathbb{N}\}$$