1. Aufgabenblatt zur Vorlesung

Grundlagen der Theoretischen Informatik, SoSe 2008

(Dr. Frank Hoffmann)

Abgabe Montag, 28. April 2008

Aufgabe 1 Kleene-Stern (wird im ersten Tutorium besprochen)

Sei Σ ein Alphabet und $A, B \subseteq \Sigma^*$ formale Sprachen. Beweisen oder widerlegen Sie:

$$(A \cup B)^* = A^* \cup B^*, \quad (A \cap B)^* = A^* \cap B^*, \quad (A \circ B)^* = A^* \circ B^*$$

$$(A^*)^* = A^*, \quad A \subseteq B \Rightarrow A^* \subseteq B^*$$

Aufgabe 2 Zustandsdiagramme (6 Punkte, wird korrigiert)

Geben Sie dfa's durch ihre Zustandsdiagramme an, die die folgenden Sprachen L über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ entscheiden.

(a) L enthält alle Wörter, für die jeder dritte Buchstabe eine 0 ist.

(b) L enthält alle Wörter, die die Länge mindestens 3 haben und deren drittletzter Buchstabe eine 0 ist. Der Automat sollte nicht mehr als 8 Zustände haben.

(c) $L = \{w \in \Sigma^* | \text{w enthält gleichviele Teilwörter 01 und 10}\}$

Begründen Sie Ihre Konstruktionen kurz!

Aufgabe 3 Reguläre Ausdrücke (4 Punkte, wird korrigiert)

Geben Sie reguläre Ausdrücke für die folgenden Sprachen L über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ an. Hinweis: Beachten Sie, für Wörter mit weniger als drei Buchstaben sind beide Forderungen trivial erfüllt.

(a) L enthält alle Wörter, für die jeder dritte Buchstabe eine 0 ist.

(b) L enthält alle Wörter, die die Länge mindestens 3 haben und und deren drittletzter Buchstabe eine 0 ist.

Aufgabe 4 RoboMaus™

Wir wollen mit Hilfe eines endlichen Automaten einen Roboter simulieren, der endliche Irrgärten durchläuft. Solche Automaten werden "Mäuse" genannt, in Anlehnung an eine der ersten kybernetischen Maschinen, die *Maus* von Claude Shannon.
Wir betrachten die Maschen des ganzzahligen Gitters $\mathbb{Z}^2$. Zwei Maschen heißen benachbart, wenn sie eine gemeinsame Kante haben. Eine Menge von Maschen heißt zusammenhängend, wenn sie bezüglich dieses Nachbarschaftsbegriffes zusammenhängend ist.
Wir färben zunächst alle Maschen des Gitters schwarz/weiß. Die Menge L der

weißen Maschen einer Färbung heißt Irrgarten, wenn L mindestens zwei Zellen enthält und endlich ist und sowohl L wie auch die Menge der schwarzen Maschen zusammenhängend ist.

Entwerfen Sie eine durch einen dfa gesteuerte Maus M, die folgendes leistet: M soll beim Start auf einer beliebigen Masche eines beliebigen Irrgartens L mindestens alle Randmaschen von L besuchen, d.h. alle weißen Maschen, die eine benachbarte schwarze Masche haben.

Formalisierung M befindet sich zum Zeitpunkt t in Masche c_t. Er erkennt die freien Richtungen $A \subseteq D = \{n, e, s, w\}$, in denen sich Zellen des Irrgartens befinden (M kann nur benachbarte Zellen sehen). M berechnet ein $r \in A$ und geht einen Schritt in Richtung r zur benachbarten Zelle c_{t+1} u.s.w.

Lösungsvorschlag M findet zuerst irgendeine Randzelle und geht dann "immer an der Wand entlang". Versuchen Sie nicht, eine Maus zu konstruieren, die nach getaner Arbeit anhält. Eine solche gibt es nicht, was aber recht schwierig zu beweisen ist.

Aufgabe 5 RoboMaus$^{\text{TM}}$ v2.0

Modifizieren Sie Ihre Lösung aus Aufgabe 4 so, dass die Maus alle freien Maschen aus L besucht.