

70. (7 Punkte) Ein Iterator für Mengen.
- (4 Punkte) Implementieren Sie den *Iterator*, den Sie in Aufgabe 52 spezifiziert haben. Sie können von der in der Vorlesung besprochenen Implementierung für Mengen mit bis zu 100 Elementen<sup>1</sup> ausgehen.
  - (3 Punkte) Geben Sie die Abstraktionsfunktion an.
  - (5 Zusatzpunkte) Beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Implementierung.
71. (3 Punkte) Gegeben sei ein vollständiger<sup>2</sup> Graph  $G = (V, E)$ , dessen Knoten  $V$  Punkte in der Ebene sind, und wo die Kantenlängen den (Euklidischen) Abständen zwischen den Punkten entsprechen. Beweisen Sie:
- (3 Punkte) In einem kürzesten spannenden Baum können sich nie zwei Kanten kreuzen.
  - (5 Zusatzpunkte) In einem kürzesten-Wege-Baum (mit einem beliebigen Startknoten) können sich nie zwei Kanten kreuzen.
- Bleiben diese Aussagen auch gültig, wenn der Graph nicht vollständig ist?
72. (0 Punkte) Für zwei Wörter  $x$  und  $y$  der Länge  $n$  ist  $x$  eine *zyklische* Verschiebung von  $y$ , wenn man  $x = ab$  und  $y = ba$  für zwei Wörter  $a$  und  $b$  schreiben kann. Wie kann man in linearer Zeit feststellen, ob  $x$  eine zyklische Verschiebung von  $y$  ist? (Man kann diese Frage auf das Teilwortproblem zurückführen.)
73. (5 Punkte) Wie kann man den Algorithmus von Knuth, Morris und Pratt so erweitern, dass er *alle* Vorkommen eines Musters  $x$  in einem Text  $w$  findet? (Man benötigt eventuell den Wert  $h_{m+1}$  der Verschiebefunktion, für  $m = |x|$ .)
74. (0 Punkte) Die verbesserte Verschiebefunktion zum Suchen von Zeichenketten ist folgendermaßen definiert:
- $$h[i] = \max \{ k \mid 1 \leq k < i, p_1 \dots p_{k-1} = p_{i-k+1} \dots p_{i-1} \text{ und } p_k \neq p_i \} \cup \{0\}$$
- Berechnen Sie die verbesserte Verschiebefunktion der Muster aus Aufgabe 68.
  - Zeigen Sie, dass beim Suchen mit der verbesserten Verschiebefunktion auf keinen Fall mehr Vergleiche der Form  $p_i = s_j$  durchgeführt werden als mit der ursprünglichen Verschiebefunktion (ohne die Bedingung „ $p_k \neq p_i$ “). Gilt dies auch, wenn man den Aufwand an Vergleichen beim Berechnen der Verschiebefunktion mit berücksichtigt? Finden Sie ein Beispiel, bei dem tatsächlich weniger Vergleiche notwendig sind.
  - Schreiben Sie einen Algorithmus zum Berechnen der verbesserten Verschiebefunktion.
75. (0 Punkte) Wie kann man aus der Verschiebefunktion des Wortes  $xw\$$  berechnen, ob  $x$  ein Teilwort von  $y$  ist? (Hier ist  $\$$  irgendein Buchstabe.)
76. (0 Punkte) Welche Bedeutung hat die Flächenformel  $\frac{1}{2} \cdot |\sum_i (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1})|$ , wenn die Folge der Punkte  $(x_i; y_i)$  gar kein Polygon beschreibt, weil sich zum Beispiel Kanten kreuzen?
77. (a) (5 Punkte) Berechnen Sie die Fläche des Fünfecks<sup>3</sup> mit den Ecken  $(-1,3; 10000,12)$ ,  $(-0,253; 10000,47)$ ,  $(0,69; 10000,33)$ ,  $(1,529; 10002,12)$ ,  $(-0,783; 10001,05)$  mit der Formel aus der vorigen Aufgabe. Berechnen Sie auch den Flächeninhalt des um den Vektor  $(0; -10000)$  verschobenen Fünfecks. Welches Ergebnis halten Sie für das genauere? Begründen Sie Ihre Antwort.
- (b) (0 Punkte) Was passiert, wenn man das Fünfeck um den Vektor  $(10000; -10000)$  verschiebt? Wie erklären Sie diese Ergebnisse?

<sup>1</sup><http://www.inf.fu-berlin.de/~rote/Lere/2003-04-WS/Algorithmen+Programmierung3/Menge.java>

<sup>2</sup>Ein Graph ist *vollständig*, wenn zwischen allen Paaren von Knoten eine Kante verläuft.

<sup>3</sup><http://www.inf.fu-berlin.de/~rote/Lere/2003-04-WS/Algorithmen+Programmierung3/5eck>