Kombinatorische Optimierung, SS 2002 — 8. Übungsblatt

36. (5 Punkte)

    Paarungen in bipartiten Graphen als Flussproblem

    In Aufgabe 13 sollte das Problem, in einem bipartiten Graphen mit Kantengewichten eine Paarung mit dem größten Gewicht zu finden, als lineares Programm in $0-1$ Variablen formuliert werden.

    (a) Übersetze dieses Problem in ein Flussproblem. Interpretiere dafür die entsprechenden Gleichungen des linearen Programms als Flusserhaltungsgleichungen.

    (b) Wie sieht das Flussproblem aus, wenn eine vollständige Paarung mit größtem Gewicht gefunden werden soll?

37. (0 Punkte)

    Sparsame Berichterstattung von großen Sportereignissen.

    Bei den Olympischen Spielen möchte eine Gruppe von Journalisten keinen einzigen Wettkampf versäumen. Für jeden Wettkampf ist die Anfangszeit, die Dauer und der Austragungsort bekannt. Außerdem ist bekannt, wie lange man von jeder Wettkampfstätte zu jeder anderen braucht. Es sollen alle Wettkämpfe durch die kleinstmögliche Anzahl von Journalisten abgedeckt werden. Wie kann man dieses Problem als Flussproblem lösen?

38. (5 Punkte)

    „Kann Herta BSC noch Deutscher Meister werden?“

    In der Fußball-Bundesliga spielen 18 Fußballmannschaften um den Titel. Jede Mannschaft spielt zweimal gegen jede andere Mannschaft. Die Reihenfolge und das Datum der Spiele wird am Anfang der Saison festgelegt. Nehmen wir an, dass, wie es früher üblich war, ein Sieg 2 Punkte zählt, ein Unentschieden 1 Punkt, und eine Niederlage 0 Punkte. (In Wirklichkeit zählt ein Sieg 3 Punkte.) Wer am Ende am meisten Punkte hat, ist Deutscher Meister. Nach einiger Zeit hat jede der Mannschaften schon eine Reihe von Spielen gespielt und entsprechende Punkte gesammelt. Ob eine Mannschaft am Ende noch Meister wird, hängt jedoch nicht nur von ihren eigenen Spielergebnissen ab, sondern auch von den Spielen der übrigen Mannschaften untereinander.

    Es soll die Frage untersucht werden, ob eine gewisse Mannschaft, bei einem gegebenen Punktestand aller Mannschaften und bei einer gegebenen Menge von noch zu spielenden Spielen, *theoretisch* überhaupt noch die Möglichkeit hat, Meister zu werden. Das heißt: Gibt es eine Kombination von Spielergebnissen der zukünftigen Spiele, unter denen die betreffende Mannschaft im Endergebnis mindestens so viele Punkte erreicht wie jede andere Mannschaft?

    Wie kann man dieses Problem als Flussproblem formulieren?

39. (5 Punkte)

Finde in dem gegebenen Graphen eine größte Paarung. Beginne dabei mit der angegebenen Paarung.