(1) Das Party-Service-Problem (the caterer problem)
Ein Party-Service muß für Diners und Empfänge an n aufeinanderfolgenen Tagen Servietten zur Verfügung stellen. Der Bedarf an Servietten ist für jeden Tag bekannt. Der Party-Service-Dienst kann die benutzten Servietten waschen lassen oder neue Servietten kaufen. Beim Waschen gibt es einen teuren Schnelldienst, der die Servietten schon nach a Tagen gereinigt zurückliefert, und eine billigere Normalwäsche, die b Tage dauert ($a < b$). Am Anfang hat der Party-Service-Dienst eine gewisse Zahl an sauberen und keine schmutzigen Servietten.

Denken Sie sich eine passende Zielfunktion aus und stellen Sie ein lineares Optimierungsmodell in AMPL auf. Führen Sie Bezeichnungen für alle Daten und Entscheidungsvariablen ein und geben Sie genau an, was diese bedeuten. Unterscheiden Sie die Entscheidungsvariablen von den Daten. Wie viele Variablen und wie viele Restriktionen hat Ihr Modell? Wie viele der Restriktionen sind Gleichungen? Wie viele (von 0 verschiedene) Koeffizienten treten *insgesamt* in allen Restriktionen (höchstens) auf?

(2) Lösen Sie das lineare Programm

$$\begin{array}{rrcrcrcr}
\text{maximiere} & 3\,x_1 & + & 2\,x_2 & + & 4\,x_3 & & \\
\text{unter} & x_1 & + & x_2 & + & 2\,x_3 & \leq & 4 \\
& 2\,x_1 & & & + & 3\,x_3 & \leq & 5 \\
& 2\,x_1 & + & x_2 & + & 3\,x_3 & \leq & 6 \\
& x_1 & + & x_2 & & & \leq & 2 \\
& 4\,x_1 & & & + & 4\,x_3 & \leq & 11 \\
& & & & x_1, x_2, x_3 \geq 0 & & &
\end{array}$$

(a) mit der lexikographischen Zeilenauswahlregel
(b) mit der kleinsten-Index-Regel

(3) Wieviele zulässige Basislösungen haben die folgenden linearen Programme?

(a) maximiere x_1 unter $0 \leq x_i \leq 1$ für $i = 1, \ldots, d$
(a) maximiere x_1 unter
$$\begin{array}{rcccl}
0 & \leq & x_1 & \leq & 1 \\
\alpha x_i & \leq & x_{i+1} & \leq & 1 - \alpha x_i \text{ für } i = 1, \ldots, d
\end{array}$$
α ist fest gewählt und repräsentiert eine sehr kleine positive Zahl.

Fertigen Sie Skizzen an für $d = 1, 2, 3$, die dies veranschaulichen.

(4) Geben Sie eine obere Schranke für die Anzahl aufeinanderfolgender entarteter Pivotschritte bei der kleinsten-Index-Regel an.