(1) Betrachten Sie das lineare Programm

$$\begin{array}{rrrl} \text{maximiere} & x_1 + & x_2 & \\ \text{unter} & s x_1 + & t x_2 & \leq 1 \\ & & x_1, x_2 & \geq 0 \end{array}$$

Für welche Werte der Parameter $s$ und $t$

a. hat es eine Optimallösung?

b. hat es eine eindeutige Optimallösung?

c. ist es unzulässig?

d. ist es unbeschränkt?

(2) Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussage: Wenn das lineare Programm

$$\begin{array}{rrcll} \text{maximiere} & \sum_{j=1}^{n} c_j x_j & & & \\ \text{unter} & \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j & \leq & b_i & \text{für } i = 1, 2, \ldots, m \\ & x_j & \geq & 0 & \text{für } j = 1, 2, \ldots, n \end{array}$$

unbeschränkt ist, dann gibt es einen Index $k$, für den das lineare Programm

$$\begin{array}{rrcll} \text{maximiere} & x_k & & & \\ \text{unter} & \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j & \leq & b_i & \text{für } i = 1, 2, \ldots, m \\ & x_j & \geq & 0 & \text{für } j = 1, 2, \ldots, n \end{array}$$

unbeschränkt ist.

Gilt auch die umgekehrte Folgerung?

(3) Lösen Sie folgendes Programm mit dem Simplex-Algorithmus:

$$\begin{array}{rrrrl} \text{maximiere} & 3x_1 + & 2x_2 + & 4x_3 & \\ \text{unter} & x_1 + & x_2 + & 2x_3 & \leq 4 \\ & 2x_1 + & & 3x_3 & \leq 5 \\ & 2x_1 + & x_2 + & 3x_3 & \leq 7 \\ & & x_1, x_2, x_3 & & \geq 0 \end{array}$$

(4) Beim *Fahrradproblem* möchten $n$ Personen, die über ein einziges einsitziges Fahrrad verügen, einen 10 Kilometer langen Weg zurücklegen. Für jede Person $j = 1, \ldots, n$ ist die Gehgeschwindigkeit $g_j$ und die Radfahrgeschwindigkeit $f_j$ bekannt. Die Ankunftszeit der letzten ankommenden Person soll minimiert werden.

a. Versuchen Sie das Problem für $n = 3$, $g_1 = 4$, $g_2 = g_3 = 2$, $f_1 = 16$, $f_2 = f_3 = 12$ zu lösen. (Geschwindigkeiten in km/h).

b. Zeigen Sie, dass der Optimalwert des folgenden linearen Programms eine untere Schranke für den Optimalwert des Fahrradproblems liefert:

$$\begin{array}{lrll}
\text{minimiere} & t & & \\
\text{unter} & t - x_j - x'_j - y_j - y'_j \geq & 0 & \text{für } j = 1, 2, \ldots, n \\
& t - \sum_{j=1}^{n} y_j - \sum_{j=1}^{n} y'_j \geq & 0 & \\
& g_j x_j - g_j x'_j + f_j y_j - f_j y'_j = & 10 & \text{für } j = 1, 2, \ldots, n \\
& \sum_{j=1}^{n} f_j y_j - \sum_{j=1}^{n} f_j y'_j \leq & 10 & \\
& x_j, x'_j, y_j, y'_j \geq & 0 & \text{für } j = 1, 2, \ldots, n
\end{array}$$

Was bedeuten die Variablen $x_j, x'_j, y_j, y'_j$?

---

*Der Abgabetermin wurde auf den 2.November verschoben*