

Informatik A, WS 2016/17 — 9. Übungsblatt

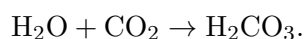
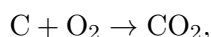
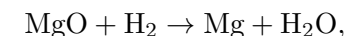
Abgabe bis Freitag, 16. Dezember 2016, 12:00 Uhr, in die Fächer der Tutor/inn/en

47. Hornklauseln, 10 Punkte

- (a) Wenden Sie den Markierungsalgorithmus auf die folgende Hornformel an:

$$(\neg a \vee \neg b \vee \neg d) \wedge (\neg e) \wedge (\neg c \vee a) \wedge (c) \wedge (b) \wedge (\neg g \vee d) \wedge (g)$$

- (b) Wir haben Apparate zur Durchführung folgender chemischer Reaktionen:



Ferner sind in unserem Labor die Stoffe MgO, H₂, O₂ und C vorhanden. Man beweise mit Hilfe des Markierungsalgorithmus, dass man dann H₂CO₃ herstellen kann.

- (c) Diskutieren Sie den Zusammenhang zwischen dem Markierungsalgorithmus und dem Resolutionskalkül.

48. Quantoren, 0 Punkte

Bestimmen Sie die Wahrheitswerte der folgenden Aussagen und begründen Sie Ihre Antworten:

(a) $\forall z \in \mathbb{Z}: \exists x \in \mathbb{Z}: \forall y \in \mathbb{Z}: xy = z$ (c) $\forall x \in \mathbb{Z}: \exists z \in \mathbb{Z}: \forall y \in \mathbb{Z}: xy = z$

(b) $\exists x \in \mathbb{R}: \forall z \in \mathbb{R}: \exists y \in \mathbb{R}: xy = z$ (d) $\exists z \in \mathbb{R}: \forall x \in \mathbb{R}: \exists y \in \mathbb{R}: xy = z$

49. Formulieren Sie folgende Aussagen in prädikatenlogischer Sprache. (0 Punkte)

- (a) Das Quadrat jeder negativen ganzen Zahl ist negativ.
(b) Alle ganzen Zahlen sind negativ oder alle ganzen Zahlen sind positiv.
(c) Die Gleichung $x^2 = 1$ hat mindestens zwei Lösungen.
(d) Die Gleichung $x^2 = 1$ hat höchstens zwei Lösungen.
(e) Die Gleichung $x^2 = 1$ hat genau zwei Lösungen.
(f) Das unten definierte Prädikat $teilt(a, b)$ besagt, dass a ein Teiler von b ist. (Man sagt auch, dass b durch a teilbar ist.)

$$teilt(a, b) :\Leftrightarrow \exists m \in \mathbb{Z}: am = b$$

Formulieren Sie unter Verwendung dieses Prädikats die Aussage: Eine ganze Zahl ist genau dann durch 6 teilbar, wenn sie durch 2 und durch 3 teilbar ist.

- (g) Jede ganze Zahl ist ein Teiler von 0.
(h) Nicht jede ganze Zahl ist ein Teiler von 100.

50. Primzahlen, Prädikatenlogik, Negation, 0 Punkte

- (a) Eine Primzahl ist eine ganze Zahl größer als 1, die keine anderen Teiler außer 1 und sich selbst hat. Definieren Sie das entsprechende Prädikat $prim(n)$ in Prädikatenlogik. (Verwenden Sie das Prädikat „*teilt*“ aus der vorigen Aufgabe.)

- (b) Die folgende Aussage, die schon bei Euklid bewiesen ist, besagt, dass es unendlich viele Primzahlen gibt:

$$\forall m \in \mathbf{Z}: \exists n \in \mathbf{Z}: n > m \wedge \text{prim}(n) \quad (1)$$

Schreiben Sie die Verneinung dieser Aussage. Formulieren Sie das Ergebnis so um, dass das Ergebnis kein Negationssymbol mehr enthält.

- (c) Erläutern Sie, warum die Aussage (1) bedeutet, dass es unendlich viele Primzahlen gibt, obwohl dort die Zahl „unendlich“ gar nicht vorkommt.
- (d) Formulieren Sie die Goldbachsche Vermutung von 1742, dass sich jede gerade Zahl > 2 als Summe von zwei Primzahlen schreiben lässt. (Diese Vermutung ist bis heute ungelöst.)

51. Überlappende Listen, 10 Punkte

Wir bezeichnen mit L_n die Menge der Listen $x = [x_0, x_1, \dots, x_{n-1}]$ vom Typ `[Int]` mit Länge n . Wir sagen, dass zwei Listen $x, y \in L_n$ sich mit einem Anteil α überlappen, wenn sie eine gemeinsame Teilfolge der Länge mindestens αn haben:

$$\begin{aligned} \text{überlappen}(x, y, \alpha) : \Leftrightarrow \exists i, j, k, l \in \mathbb{Z}: & (j - i = l - k) \wedge (0 \leq i, j, k, l < n) \\ & \wedge (j + 1 - i \geq \alpha n) \wedge \forall u \in \mathbb{Z}: (0 \leq u \leq j - i \rightarrow x_{i+u} = y_{k+u}) \end{aligned}$$

- (a) Ein Beispiel: Die Listen $x = [7, 9, 30, 20, 3, 1]$ und $y = [30, 20, 7, 1, 2, 4]$ überlappen sich zu einem Drittel. Was ist i, j, k, l, n, α in diesem Beispiel?
- (b) Formulieren Sie unter Verwendung des Prädikats *überlappen* folgende Aussage in der Sprache der Prädikatenlogik:

Für drei beliebige Listen $x, y, z \in L_n$ gilt: Wenn sich je zwei dieser Listen um *mehr als 50%* überlappen, dann enthalten die Listen eine gemeinsame Zahl.

Ihre Formulierung soll keine freien Variablen enthalten. *Alle* Variablen müssen quantifiziert sein.

- (c) Zusatzfrage, 0 Punkte: Ist die obige Aussage wahr?

52. Fahrplan, Programmieraufgabe, 10 Punkte

Man kann einen Fahrplan komprimieren, indem man aufeinanderfolgende Zeilen mit gleichem Inhalt zusammenfasst.¹ Der Wochentagsfahrplan der Linie 186² könnte zum Beispiel so aussehen:

```
00 | 18 38
01-03 | -
04 | 58
05 | 18 38 58
06 | 18 28 38 48 58
07-20 | 08 18 28 38 48 58
21-23 | 18 38 58
```

Schreiben Sie ein Programm, das einen Fahrplan in dieser Form ausgibt. „Leere Zeilen“ (wie im Beispiel zwischen ein und vier Uhr) sollen nicht ignoriert werden. Sie können Programme aus der Vorlesung und aus den bisherigen Übungen kombinieren und modifizieren, und Sie können Standardfunktionen wie `groupBy` verwenden.

¹Der Straßenfahrplan von Graz <http://www.inf.fu-berlin.de/lehre/WS16/INFA/Fahrplan-Graz.pdf> zeigt diese Idee in einer anderen Darstellungsart.

²siehe <http://www.inf.fu-berlin.de/lehre/WS16/INFA/Fahrplan-Berlin.pdf>, Seite 1