

Abgabe bis zum 25. November 2016, 12 Uhr, in den Briefkasten neben Raum 111

Aufgabe 1 Intervallauswahl und Intervallunterteilung

10 Punkte

Beschreiben Sie, wie sich die Strategien aus der Vorlesung zur Intervallauswahl und zur Intervallunterteilung mit Laufzeit $O(n \log n)$ implementieren lassen. Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2 Intervallauswahl

10 Punkte

In der Vorlesung haben Sie einen Algorithmus zur Intervallauswahl gesehen. Gegeben sind n Intervalle $[s_1, t_1], \dots, [s_n, t_n]$. Gesucht ist eine größtmögliche Menge A von paarweise disjunkten Intervallen. Wir haben eine einfache Greedy-Strategie verwendet: Sortiere die Intervalle nach einem bestimmten Kriterium und betrachte die Intervalle in dieser Reihenfolge. Ein Intervall wird genau dann zu A hinzugefügt, wenn es zu den bisherigen Intervallen in A disjunkt ist.

Entscheiden Sie für jedes der folgenden Kriterien, ob es eine Menge A maximaler Größe liefert. Falls ja, so geben Sie Pseudocode für eine effiziente Implementierung an und begründen Sie Korrektheit und Laufzeit. Falls nein, geben Sie ein Beispiel an, für welches der Algorithmus keine optimale Lösung liefert.

- (a) Sortiere aufsteigend nach den Anfangszeiten.
- (b) Sortiere absteigend nach den Anfangszeiten.
- (c) Sortiere absteigend nach den Endzeiten.
- (d) Sortiere aufsteigend nach der Länge.
- (e) Sortiere absteigend nach der Länge.

Aufgabe 3 Autobahnfahrt

10 Punkte

Hannelore und Werner wollen mit dem Auto von Berlin nach Dortmund fahren. Wenn der Tank des Autos voll ist, so können sie n Kilometer zurücklegen. Die Straßenkarte gibt ihnen die Abstände zwischen den einzelnen Tankstellen entlang der Autobahn. Werner und Hannelore wollen so wenig Tankstopps wie möglich einlegen. Geben Sie einen effizienten Algorithmus an, mit dem Hannelore und Werner eine kleinstmögliche Menge von Tankstellen finden können, an denen sie anhalten sollen.

Beweisen Sie die Korrektheit Ihres Algorithmus und analysieren Sie die Laufzeit.