

**Aufgabe 1** Binäre Suchbäume I

10 Punkte

- (a) Fügen Sie die Schlüssel I, N, F, O, R, M, A, T, K, Z in dieser Reihenfolge in einen anfangs leeren binären Suchbaum ein. Löschen Sie sodann die Schlüssel Z, O, N. Zeichnen Sie den Baum nach jedem Einfüge- und Löschvorgang.
- (b) Angenommen, wir haben einen binären Suchbaum  $T$ , welcher die Zahlen von 1 bis 1000 als Schlüssel speichert. Wir suchen in  $T$  nach dem Schlüssel 363. Bestimmen Sie für jede der folgenden Schlüsselfolgen, ob sie als Folge der Markierungen auf dem Suchpfad nach 363 auftreten kann. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.
  - (i) 2, 252, 401, 398, 330, 344, 397, 363.
  - (ii) 924, 220, 911, 244, 898, 258, 362, 363.
  - (iii) 925, 202, 911, 240, 912, 245, 363.
  - (iv) 2, 399, 387, 219, 266, 382, 381, 278, 363.
  - (v) 935, 278, 347, 621, 299, 392, 358, 363.

**Aufgabe 2** Binäre Suchbäume II

10 Punkte

In der Vorlesung hatten wir den algebraischen Datentypen `SBaum` definiert. Implementieren Sie folgende Funktionen.

- (a) Bestimme die Höhe eines gegebenen Binärbaums.

`hoehe :: Ord k => SBaum k v -> Int`

- (b) Teste, ob ein gegebener Binärbaum die Suchbaumeigenschaft besitzt.

`istSuchbaum :: Ord k => SBaum k v -> Bool`

- (c) Definiere den folgenden Datentypen

```
data Suchantwort v = Gefunden v | NichtGefunden
    deriving Show
```

Gegeben einen Suchbaum und einen Schlüssel  $s$ , suche einen Knoten mit Schlüssel  $s$ . Im Erfolgsfall soll `Gefunden w` zurückgegeben werden, ansonsten `NichtGefunden`. Hierbei ist  $w$  der zu  $s$  gehörige Wert.

`suche :: Ord k => SBaum k v -> k -> Suchantwort v`

- (a) Definieren Sie einen algebraischen Datentypen **BTerm** in Haskell, welcher Boolesche Terme repräsentiert, so wie Sie sie zu Beginn der Vorlesung gesehen haben.

*Hinweis:* Sie können davon ausgehen, dass es nur zwei Konstanten gibt: *wahr* und *falsch*. Ihr Boolescher Term soll aber potentiell beliebig viele Variablen haben können. Wie können Sie das im algebraischen Datentyp darstellen?

- (b) Machen Sie **BTerm** zu einer Instanz der Typklasse **Show** und implementieren Sie eine ansprechende Ausgabefunktion.

- (c) Definieren Sie Funktionen, um den Rang und die Variablenmenge eines gegebenen Booleschen Terms zu finden.

*Hinweis:* Sie können den Datentypen **Menge** vom neunten Aufgabenblatt verwenden. Eine Musterlösung wird am 5. Januar 2016 auf der Website verlinkt.

- (d) (*freiwillig, 5 Zusatzpunkte*) Definieren Sie eine Funktion, welche die Wahrheitstafel zu einem gegebenen Booleschen Term aufstellt. Benutzen Sie Ihre Funktion, um einen gegebenen Booleschen Term in einen äquivalenten Booleschen Termin in kanonischer DNF umzuwandeln.

Geben Sie immer alle Signaturen an und machen Sie geeignete Testläufe. Versehen Sie Ihr Skript mit geeigneten Kommentaren.