5. Aufgabenblatt zur Vorlesung

Informatik A

WiSe 2015/16

Wolfgang Mulzer

Abgabe am 24. November 2015 bis 12 Uhr in die Tutorenfächer

Aufgabe 1 Hornformeln *10 Punkte*

(a) Wenden Sie den Markierungsalgorithmus auf die folgende Hornformel an:

$$\{\{\neg a, \neg b, \neg d\}, \{\neg e\}, \{\neg c, a\}, \{c\}, \{b\}, \{\neg g, d\}, \{g\}\}.$$

(b) Angenommen, uns stehen Apparate zur Verfügung, um folgende chemischen Reaktionen durchzuführen:

$$\begin{aligned} \mathrm{MgO} + \mathrm{H_2} &\to \mathrm{Mg} + \mathrm{H_2O}, \\ \mathrm{C} + \mathrm{O_2} &\to \mathrm{CO_2}, \\ \mathrm{H_2O} + \mathrm{CO_2} &\to \mathrm{H_2CO_3}. \end{aligned}$$

Ferner sind in unserem Labor folgende Grundstoffe vorhanden: MgO, H_2, O_2 und C. Man beweise mit Hilfe des Markierungsalgorithmus, dass es unter diesen Umständen möglich ist, H_2CO_3 herzustellen.

(c) Diskutieren Sie den Zusammenhang zwischen dem Markierungsalgorithmus und dem Resolutionskalkül.

Aufgabe 2 Vollständige Induktion I *10 Punkte*

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion.

(a) Für $a, r \in \mathbb{R}$ mit $r \neq 1$ und für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{i=0}^{n} ar^i = \frac{ar^{n+1} - a}{r - 1}.$$

(b) Jede Menge mit n Elementen besitzt genau 2^n Teilmengen, für $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 3 Vollständige Induktion II *10 Punkte*

(a) Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass für eine aufsteigend sortierte Folge $s = a_1 a_2 \ldots a_{2^n}$ von reellen Zahlen und eine Zahl b höchstens $n + 1$ Abfragen der Form $b \leq a_i$ ausreichen, um zu bestimmen, ob b ein Glied der Folge ist.

Achtung: Eine Abfrage hat drei mögliche Antworten: $a_i < b$, $a_i = b$ und $a_i > b$.

(b) Beweisen Sie mit vollständiger Induktion über den Formelrang, dass man jeden Booleschen Term über der Standardsignatur semantisch äquivalent in DNF und in KNF schreiben kann.