2. Aufgabenblatt zur Vorlesung

# Informatik A

WiSe 2015/16

Wolfgang Mulzer

**Abgabe** am 2. November 2015 bis 12 Uhr in die Tutorenfächer

**Aufgabe 1** Boolesche Terme *10 Punkte*

(a) Zeichnen Sie die Baumdarstellung für die folgenden Booleschen Terme. Bestimmen Sie auch den Rang und die Variablenmenge mit Hilfe des Baumes.

(i) $((p \vee q) \wedge ((\neg r \vee p) \wedge \neg s))$ und

(ii) $\neg\neg((a \wedge (b \vee b)) \wedge (a \wedge \neg\neg a))$.

(b) Zeigen Sie jeweils durch Anwendung Boolescher Gesetze und durch eine Wahrheitstabelle. Begründen Sie jeden einzelnen Schritt.

(i) $\neg(x_1 \vee (\neg x_1 \wedge x_2)) \equiv \neg x_1 \wedge \neg x_2$ und

(ii) $\neg\neg((a \wedge (b \vee b)) \wedge (a \wedge \neg\neg a)) \equiv a \wedge b$.

**Aufgabe 2** Verallgemeinerte Boolesche Terme *10 Punkte*

(a) Erweitern Sie die Definition Boolescher Terme aus der Vorlesung, so dass nun auch die Junktoren $\Rightarrow$ und $\Leftrightarrow$ zugelassen sind.

(b) Erweitern Sie die Definitionen von $\mathrm{rg}(t)$, $V(t)$ und $I_\beta(t)$ für Ihre verallgemeinerten Booleschen Terme.

(c) Beweisen Sie: Für alle verallgemeinerten Booleschen Terme $s$ und $t$ gilt:

(i) $s \Rightarrow t \equiv \neg s \vee t$,

(ii) $s \Rightarrow t \equiv \neg t \Rightarrow \neg s$ und

(iii) $s \Leftrightarrow t \equiv (s \wedge t) \vee (\neg s \wedge \neg t)$.

**Aufgabe 3** Boolesche Funktionen *10 Punkte*

Wir betrachten die $n$-stellige *Majoritätsfunktion* $f_n : \mathbb{B}^n \to \mathbb{B}$, die genau dann den Wert 1 annimmt, falls mindestens die Hälfte der Eingaben aus Einsen besteht.

(a) Geben Sie Wertetabellen für $f_3$ und $f_4$ an.

(b) Leiten Sie aus den Wertetabellen die kanonischen disjunktiven Normalformen $\mathrm{dnf}(f_3)$ und $\mathrm{dnf}(f_4)$ ab. Geben sie auch die kanonische konjunktive Normalform $\mathrm{knf}(f_3)$ an.

(c) Vereinfachen Sie $\mathrm{dnf}(f_3)$ entsprechend der Booleschen Gesetze.