

## Algorithmen und Programmierung III

Abgabe 28.11.2014, 12 Uhr

---

### Aufgabe 1

7 Punkte

- (a) Sei  $n_h$ ,  $h = 0, 1, 2, \dots$  die minimale Anzahl innerer Knoten eines AVL-Baums der Höhe  $h$ . Dann gilt nach Vorlesung:

$$\begin{aligned}n_0 &= 0 \\n_1 &= 1 \\n_h &= n_{h-1} + n_{h-2} + 1 \text{ für } h \geq 2.\end{aligned}$$

Für die Fibonacci-Zahlen  $f_k$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  gilt:

$$\begin{aligned}f_0 &= 0 \\f_1 &= 1 \\f_k &= f_{k-1} + f_{k-2} \text{ für } k \geq 2.\end{aligned}$$

Zeigen Sie:  $n_h = f_{h+2} - 1$  für  $h = 0, 1, 2, \dots$ .

- (b) Zeichnen Sie alle Bäume mit AVL-Struktur der Höhe 3.
- (c) Stellen Sie eine Rekursionsgleichung auf, die die Anzahl  $k_h$  der Bäume der Höhe  $h \geq 2$  mit AVL-Struktur mittels  $k_{h-1}$  und  $k_{h-2}$  berechnet. Wieviele Bäume der Höhe 5 mit AVL-Struktur gibt es?

### Aufgabe 2

6 Punkte

Fügen Sie nacheinander die Monatsnamen **Januar**,  $\dots$ , **Dezember** in dieser Reihenfolge bezüglich alphabetischer Sortierung ( $\ddot{a} = a$ ) ein in einen anfangs leeren:

- (a) AVL-Baum. Zeigen Sie alle Schritte.
- (b) (2,4)-Baum. Zeigen Sie alle Schritte.
- (c) Streichen Sie aus dem entstandenen AVL-Baum nacheinander die Namen **September**, **Oktober**, **November**. Zeigen Sie alle Schritte.

### Aufgabe 3

7 Punkte

Zeigen Sie, dass beim Einfügen in einen beliebigen AVL-Baum höchstens eine Rebalancierungsoperation nötig ist, während es beliebig hohe AVL-Bäume und Streichoperationen darauf gibt, bei denen alle Knoten entlang des Suchpfades rebalanciert werden müssen.