14. Aufgabenblatt zur Vorlesung | WS 2014/15

Helmut Alt

Algorithmen und Programmierung III

Abgabe 6.2.2015, 12 Uhr

Aufgabe 1 — *6 Punkte*

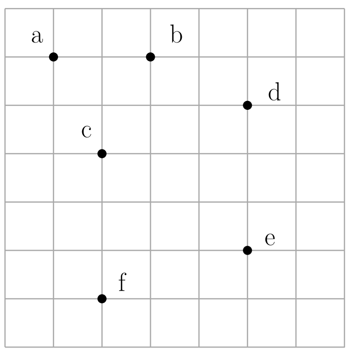
(a) Zeigen Sie für ungerichtete Graphen, dass das TSP-Optimierungsproblem NP-schwer ist unter der Voraussetzung, dass das Problem, ob in einem gegebenen Graphen ein Hamilton-Kreis existiert, NP-schwer ist.

(b) Zeigen Sie, dass, falls $P \neq NP$, für das TSP-Optimierungsproblem für kein $\alpha \geq 1$ ein Approximationsalgorithmus polynomieller Laufzeit existiert mit Approximationsfaktor α.
Hinweis: Wandeln Sie einen Eingabegraphen $G = (V, E)$ für das Hamiltonkreis-Problem um in einen vollständigen Graphen, dessen Kanten das Gewicht 0 haben, falls sie in E liegen und das Gewicht 1 anderenfalls.

(c) Zeigen Sie, dass folgendes "Scheduling-Problem" NP-vollständig ist:
gegeben: Eine Folge $t_1, ..., t_n, T$ natürlicher Zahlen. $t_1, ..., t_n$ sind die Ausführungszeiten von n Aufgaben, für deren Erledigung zwei Maschinen zur Verfügung stehen.
Frage: Kann man die Aufgaben so auf beide Maschinen verteilen, dass in Zeit T alle erledigt sind?
unter der Voraussetzung, dass das Problem PARTITION NP-vollständig ist. (PARTITION ist das Problem aus Übung 13, Aufgabe 3a.)

Aufgabe 2 — *7 Punkte*

Betrachten Sie folgende Konfiguration von Städten auf einem Gitter der Kantenlänge 1, ihr paarweiser Abstand sei der Euklidische Abstand.



(a) Bestimmen Sie die kürzeste Rundreise. *Hinweis:* Sie ist kreuzungsfrei.

(b) Bestimmen Sie eine Rundreise mit Hilfe der Baumheuristik (nach der Vorlesung am 3.2.).

Aufgabe 3 *7 Punkte*

(a) Geben Sie ein Beispiel an, wo der Approximationsalgorithmus für die minimale überdeckende Knotenmenge nicht die optimale Lösung liefern kann.

(b) Zeigen Sie, dass $DNF - SAT \in P$ (disjunktive Normalform).

(c) Zeigen Sie, dass falls SAT in polynomieller Zeit lösbar ist, man auch eine erfüllende Belegung in polynomieller Zeit finden kann.