

**Aufgabe 1** Simultanes Minimum und Maximum

10 Punkte

- (a) Sei  $A$  eine Folge von  $n$  vergleichbaren Elementen. Geben Sie einen einfachen Algorithmus zum Finden des Minimums und des Maximums von  $A$ . Bestimmen Sie die erforderliche Anzahl von Vergleichen als Funktion von  $n$  exakt.
- (b) Lösen Sie das gleiche Problem mit dem Teile-und-Herrsche Prinzip, indem Sie  $A$  in zwei Hälften zerlegen, falls  $n \geq 2$  ist. Bestimmen Sie die benötigte Anzahl der Vergleiche exakt. Sie dürfen dabei annehmen, dass  $n$  eine Zweierpotenz ist.

**Aufgabe 2** Einfache Datenstrukturen in Java

10 Punkte

- (a) Betrachten Sie das folgende Interface für einen Stapel.

```
public interface Stack<E> {
    void push(E element) throws StackFullException;
    E pop() throws StackEmptyException;
    E top() throws StackEmptyException;
    int size();
    boolean isEmpty();
}
```

Schreiben Sie eine Klasse `ArrayStack<E>`, eine Klasse `ListStack<E>` und eine Klasse `DynamicArrayStack<E>`. Die drei Klassen sollen `Stack` implementieren, jeweils mit einem Feld fester Länge, mit einer verketteten Liste und mit einem dynamisch wachsenden Feld. Achten Sie auf eine geeignete Fehlerbehandlung und testen Sie Ihre Implementierung mit verschiedenen Eingaben.

- (b) Schreiben Sie ein Programm, welches für beliebige Zeichenketten, die verschiedene Klammern enthalten, überprüft, ob sie korrekt geklammert sind. Erlaubte Klammertypen sind `()`, `[]`, `<>` und `{}`. Verwenden Sie eine geeignete Datenstruktur. Zum Beispiel ist `"(A){L[P]3}"` korrekt geklammert, nicht aber `"(A){L[P}3}"` und `"(A){L[P3}"`.

*Hinweis:* Einzelne Zeichen eines Strings bekommt man in Java mit `charAt`.

**Aufgabe 3** Amortisierte Analyse*10 Punkte*

Gegeben sei ein elektrisches Binärzählwerk mit beliebig vielen Ziffern aus der Menge  $\{0, 1\}$ . Das Umschalten einer Ziffer kostet eine Stromeinheit. Wie viele Stromeinheiten kostet es insgesamt, wenn das Zählwerk von 0 bis  $n$  aufsteigend zählt?

- (a) Verwenden Sie die Buchhaltermethode, um zu zeigen, dass die Gesamtkosten  $O(n)$  sind.
- (b) Berechnen Sie die Stromkosten exakt unter der Annahme, dass  $n$  eine Zweierpotenz ist.