12. Aufgabenblatt vom Freitag, den 25. Januar 2013 zur Vorlesung

Mathematik für Informatiker III

(Frank Hoffmann)

Abgabe bis Montag, den 04. Februar 2013 , $12^{\underline{00}}$

1. **Erweiterter Linearcode** (4 Punkte)
   Sei C ein binärer (n,k)–Linearcode, in dem es Codewörter ungeraden Gewichts gibt. Bezeichne C^* den Code $\{a_1a_2\ldots a_na_{n+1}|a_1\ldots a_n \in C \text{ und } a_{n+1} = \oplus_{i=1}^n a_i\}$, das ist der sogenannte erweiterte Code zu C.

   (a) Zeigen Sie, dass C^* ein $(n+1,k)$–Linearcode ist.

   (b) Falls $d(C)$ ungerade ist, so ist $d(C^*) = d(C) + 1$.

2. **Hamming–Code** (2 Punkte)
   Wir betrachten den Hammingcode $Ham_2(3)$, s. Kriegel-Skript S.77. Die erhaltene Nachricht sei $c = (1001101)^t$. Zu welchem Codewort werden Sie dies decodieren? Was war die gesendete Nachricht?

3. **Alte Klausuraufgabe** (2+6 Punkte)

   (a) Sei $C \subset \{0,1\}^8$ ein 2–fehlerkorrigierender Code. Zeigen Sie, dass dann C nicht 7 Codewörter enthalten kann.

   (b) Betrachten Sie über dem Körper $\mathbb{F}_3$ die folgende Generatormatrix eines linearen Codes:

   $$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

   Bestimmen Sie die zugehörige Checkmatrix. Wie kann man mittels Checkmatrix den Minimalabstand $d(C)$ bestimmen? Tun Sie dies!
   Was heißt das für die Fähigkeit dieses Codes zur Fehlerkorrektur und zur Fehlererkennung?
   Wieviele Codewörter hat eigentlich dieser Code und warum? Ist er perfekt?

4. **Nullstellen über verschiedenen Körpern** (2 Punkte)
   Bestimmen Sie die Nullstellen von $p(x) = x^2 + 2$ als Polynom aus $\mathbb{R}[x], \mathbb{C}[x], \mathbb{F}_3[x], \mathbb{F}_7[x]$