**Mathematik für Informatiker I** **WS 12/13**

**7. Übung** Abgabe: 07.12.2012 bis 10:00 Uhr (10.12.2012 bis 10:00 Uhr für die Mittwochs- und Donnerstagstutorien)

---

**Aufgabe 1:** **Vollständige Induktion I** 4 Punkte

Beweisen Sie das Distributivgesetz für den Bereich der natürlichen Zahlen mit vollständiger Induktion. Dazu muss die folgende Aussage mit Induktion nach $n$ bewiesen werden: Sind $k$ und $m$ beliebig gewählte natürliche Zahlen, dann gilt für alle $n \in \mathbb{N}$ die Gleichung $k \cdot (m+n) = k \cdot m + k \cdot n$.
Zum Beweis sollte man nur die rekursiven Definitionen der Addition und Multiplikation und das in der Vorlesung bewiesene Assoziativgesetz der Addition verwenden.

**Aufgabe 2:** **Vollständige Induktion II** $4+4$ Punkte

Beweisen Sie die folgenden Aussagen mit vollständiger Induktion.

- Für jede natürliche Zahl $n$ ist die Zahl $a_n = 2n^3 + 3n^2 + n$ durch 6 teilbar.
- Für jede natürliche Zahl $n \geq 1$ gilt: $\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

**Aufgabe 3:** **Inklusion-Exklusion** 4 Punkte

Ein Servicedienst hat die Mängel bei den defekten Geräten in vier Fehlertypen unterteilt. Bei 1200 defekten Geräten kam es hinsichtlich dieser vier Fehlertypen zu den folgenden Anzahlen: $a_1 = 600,\ a_2 = 150,\ a_3 = 650,\ a_4 = 450$.
Es kam jeweils 120 Mal vor, dass Fehler 1 und Fehler 2, bzw. Fehler 3 und Fehler 4 am gleichen Gerät auftraten. Fehler 2 trat niemals zusammen mit Fehler 3 oder mit Fehler 4 auf. Es gab 230 Geräte an denen man Fehler 1 und Fehler 3 festgestellt hat und 240 Geräte mit den Fehlern 1 und 4.
Wieviele Geräte mit drei Fehlern wurden untersucht und welche Fehler traten bei diesen Geräten auf? Begründen Sie Ihre Antwort!

**Aufgabe 4:** **Summen und Produkte** $3+3$ Punkte

Vereinfachen Sie die folgenden Terme soweit wie möglich:

$$a)\quad \sum_{i=0}^{n} \frac{i(i+4)}{2} + \sum_{i=4}^{n+4} \frac{i(i-4)}{2} - \sum_{i=0}^{n} (i^2 + 3i) \qquad\qquad b)\quad \frac{\prod_{i=1}^{2n} (2i)}{\prod_{i=1}^{n} i \cdot \prod_{i=0}^{n-1} (4i+2)}$$