

14. Übung

Abgabe: 11.02.2013 bis 10:00 Uhr bzw. vor dem Tutorium
für die Montagstutorien von 8 bis 10 Uhr

Die Abgabe dieser Übung ist freiwillig und sollte nur dann erfolgen, wenn die bisher gesammelten Punkte noch nicht zum Erreichen der 60%-Marke ausreichen. Da das Thema Resolution zum Klausurstoff gehört, sollte sich aber jeder Teilnehmer mit den Aufgaben beschäftigen!

Aufgabe 1:**Matchings**

1 + 4 + 1 Punkte

Sei $G_n = (V_n, E_n)$ der Graph des Hasse-Diagramms der Teilbarkeitsrelation auf der Menge $V_n = \{1, 2, \dots, n\}$ in der ungerichteten Version, d.h. E_n besteht aus allen Paaren $\{u, v\} \in \binom{V_n}{2}$, so dass die kleinere Zahl die größere teilt und der Quotient aus beiden eine Primzahl ist.

- Zeigen Sie, dass G_n bipartit ist (Hinweis: Beschreiben Sie die Partition von V_n in zwei Mengen A und B).
- Im Graphen G_{12} ist das Matching $M = \{\{1, 3\}, \{2, 4\}, \{6, 12\}, \{5, 10\}\}$ gegeben. Bestimmen Sie **mit dem DFS-Verfahren aus der Vorlesung** einen M -augmentierenden Weg, vergrößern Sie das Matching M .
- Zeigen Sie, dass es in G_{12} kein perfektes Matching gibt (Hinweis: Heiratssatz).

Aufgabe 2:**Resolution**

4 Punkte

Überprüfen Sie **mit dem Resolutionskalkül**, ob die folgende Formel eine Tautologie ist.

$$(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3)$$

Aufgabe 3:**Horn-Formeln**

3 + 3 Punkte

Wandeln Sie die folgenden zwei aussagenlogischen Terme in Hornformeln um und überprüfen Sie die Erfüllbarkeit mit dem Markierungsalgorithmus. Sollte eine der Formeln (oder beide) erfüllbar sein, dann bestimmen Sie dazu jeweils eine erfüllende Belegung.

$$t_1 = (\neg x_1 \rightarrow \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \wedge x_2 \rightarrow x_4) \wedge \neg(x_1 \wedge x_3 \wedge x_4) \\ \wedge (\neg x_2 \vee x_3) \wedge (1 \rightarrow x_3)$$

$$t_2 = (x_1 \wedge x_3 \rightarrow x_2) \wedge \neg(x_1 \wedge x_4) \wedge (x_2 \wedge x_4 \rightarrow x_1) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge x_3$$