

Algorithmen und Programmierung III

(Bonuszettel mit Aufgaben aus früheren Klausuren)

Abgabe 15.2.2013, 12 Uhr

Aufgabe 1

7 Punkte

Gegeben sei die folgende Schnittstelle für geometrische Figuren:

```
public interface Figur {
    public List<Punkt> eckenListe();
    public double hoehe();
    public double breite();
}
```

Für Polygone sollte `eckenListe` die Folge der Eckpunkte in richtiger Reihenfolge sein. `hoehe` und `breite` sollen Höhe und Breite des kleinsten umschließenden achsenparallelen Rechtecks (dh. die Seiten sind parallel zur x- bzw. y-Achse) sein.

Definieren Sie die Klasse `Punkt` mit kartesischen Koordinaten. Stellen Sie in eine geeignete Klassenhierarchie mit der Schnittstelle `Figur` und Klassen für `Polygon`, `Rechteck` (achsenparallel, zusätzliche Methode `flaeche()`) und `Dreieck` auf und implementieren Sie diese in JAVA. Der Konstruktor für `Rechteck` sollte als Parameter den linken unteren Eckpunkt sowie Höhe und Breite haben.

Fehlerbehandlung ist nicht verlangt, alle Klassen sollten Konstruktoren enthalten.

Verwenden Sie für Ihre Implementierungen adäquat Kapselung, Polymorphie und Vererbung und geben Sie alle Vorkommen davon an.

Aufgabe 2

6 Punkte

Ein ungerichteter Graph heißt *vollständig*, falls zwei unterschiedliche Knoten immer durch eine Kante verbunden sind.

- Geben Sie einen Algorithmus an, der nachprüft, ob ein gegebener Graph vollständig ist und bestimmen Sie seine Laufzeit sowohl bei der Darstellung durch Adjazenzlisten als auch der durch eine Adjazenzmatrix.
- Wie sieht ein DFS-Baum eines vollständigen Graphen aus?
- Wie sieht ein BFS-Baum eines vollständigen Graphen aus?

Aufgabe 3

8 Punkte

Geben Sie an, mithilfe welcher Algorithmen oder Datenstrukturen aus der Vorlesung die folgenden Probleme möglichst effizient gelöst werden können und in welcher Laufzeit dies geschieht:

- Gegeben eine Folge von n Zahlen, stelle fest, ob mindestens eine Zahl mehrfach vorkommt.

- (b) Gegeben ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ und Knoten $u, v \in V$, finde die Länge des kürzesten Wegs von u nach v , wobei hier Länge die Anzahl der Kanten auf dem Weg bedeutet.
- (c) Gegeben drei Wörter $u, v, w \in \Sigma^*$ über einem endlichen Alphabet Σ , finde das längste gemeinsame Teilwort der drei Wörter.
- (d) Gegeben ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ mit Kantengewichten $w : E \rightarrow \mathbb{N}$ und eine Zahl $k \in \mathbb{N}$. Frage: Gibt es einen Knoten $v \in V$, so dass der kürzeste Weg von v zu jedem anderen Knoten Länge $\leq k$ hat?

Aufgabe 4

6 Punkte

Welche der folgenden Probleme sind in polynomieller Zeit lösbar und welche liegen in NP? Begründen Sie ausführlich Ihre Antworten.

- (a) *Gegeben:* Graph $G = (V, E)$, $u, v \in V$, $k \in \mathbb{N}$
Frage: Gibt es einen Weg der Länge höchstens k von u nach v ?

- (b) *Gegeben:* Graph $G = (V, E)$, $k \in \mathbb{N}$
Frage: Gibt es eine Teilmenge der Größe $\lfloor n/2 \rfloor$, $n = |V|$ von Knoten, von denen keine zwei durch eine Kante verbunden sind?

- (c) *Gegeben:* Graph $G = (V, E)$
Frage: Gibt es eine Teilmenge der Größe 4 von Knoten, von denen keine zwei durch eine Kante verbunden sind?