

Algorithmen und Programmierung IIIAbgabe 8.2.2013, 12 Uhr

Aufgabe 1

6 Punkte

Zeigen Sie, dass die folgenden Probleme in NP sind:

- (a) *gegeben:* zwei ungerichtete Graphen G_1, G_2
Frage: Sind G_1 und G_2 isomorph?
- (b) *gegeben:* eine natürliche Zahl k in Binärdarstellung
Frage: Ist k zusammengesetzt? (dh. keine Primzahl)
Anmerkung: Die Division zweier n -stelliger Zahlen nach der Schulmethode erfordert $O(n^2)$ Zeit.
- (c) *gegeben:* Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und zwei Knoten $u, v \in V$.
Frage: Liegen u und v in der gleichen Zusammenhangskomponente von G ?

Aufgabe 2

8 Punkte

Implementieren Sie die Reduktion von SAT (bei konjunktiver Normalform) auf CLIQUE in Java.

Dabei soll eine KNF-Formel codiert sein wie im folgenden Beispiel:

 $(x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_3) \wedge \bar{x}_2$ als 1 2 -3, -1 3, -2. Benutzen Sie die vereinfachte Schnittstelle für den ADT `EinfGraph` unter<http://www.inf.fu-berlin.de/lehre/WS12/ALP3/material/clique/clique.jar>und die sie implementierende Klasse `AMGraph`. Diese enthält eine Methode `clique(int k)`, die eine Clique der Größe k für den Graphen liefert, falls eine existiert. Benutzen Sie diese Methode und Ihre Reduktion um eine erfüllbare Belegung für eine gegebene Formel ϕ zu finden, falls eine existiert.**Aufgabe 3**

6 Punkte

Zeigen Sie, dass die folgenden Probleme NP-vollständig sind:

- (a) *gegeben:* ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine Zahl $k \in \mathbb{N}$.
Frage: Gibt es in G eine überdeckende Knotenmenge der Größe k , dh. eine Menge $V' \subseteq V$, so dass jede Kante in E zu mindestens einem Knoten in V' inzident ist?
unter der Voraussetzung, dass das Cliquesproblem NP-vollständig ist.
Hinweis: Welcher Zusammenhang besteht zwischen Cliques der Größe k in G und überdeckenden Knotenmengen der Größe $n - k$ im Komplementärgraphen \bar{G} ?
- (b) *gegeben:* Eine Folge t_1, \dots, t_n, T natürlicher Zahlen. t_1, \dots, t_n sind die Ausführungszeiten von n Aufgaben, für deren Erledigung zwei Maschinen zur Verfügung stehen.
Frage: Kann man die Aufgaben so auf beide Maschinen verteilen, dass in Zeit

T alle erledigt sind?

unter der Voraussetzung, dass das Problem PARTITION NP-vollständig ist.