

Algorithmen und Programmierung III

Abgabe 16.1.2015, 12 Uhr

Aufgabe 1

6 Punkte

- (a) Zeigen Sie, dass es bei einem gerichteten azyklischen Graphen immer mindestens einen Knoten mit Ingrad 0 gibt und damit eine topologische Sortierung möglich ist. (*Hinweis:* Es mag konzeptuell leichter sein, zu zeigen, dass es immer mindestens einen Knoten mit Ausgrad 0 gibt.)
- (b) Beschreiben Sie die Einzelheiten des Algorithmus für topologisches Sortieren, so dass insbesondere klar wird, wie man in jeder Iteration effizient einen Knoten mit Ingrad 0 finden kann. Analysieren Sie Ihren Algorithmus.

Aufgabe 2

6 Punkte

Entwerfen Sie ein graphentheoretisches Modell für das Suchen von Zugverbindungen bei der Bahn mittels kürzeste-Wege-Algorithmen, wobei Umsteigemöglichkeiten, Zeitbedarf zum Umsteigen und Abfahrtszeiten berücksichtigt werden (siehe z.B. <https://www.bahn.de/p/view/index.shtml>). Das heißt, geben Sie die Bedeutung der Knoten und Kanten des Graphen sowie der Kantenkosten an. Erklären Sie, wieso Ihr Modell das Problem löst und demonstrieren Sie es an einigen Beispielen.

Aufgabe 3

8 Punkte

- (a) Geben Sie Anwendungsbeispiele an, bei denen der Floyd-Warshall-Algorithmus sinnvoll ist, wenn man die Operationen `min` und `+` ersetzt durch `min` und `max` sowie `max` und `min`. Durch welchen Wert muss 0 in der Initialisierung von $d_{i,j}^{(0)}$ jeweils ersetzt werden?
- (b) Implementieren Sie den Algorithmus von Floyd-Warshall möglichst platzeffizient. Dabei soll ein gerichteter Graph $G = (V, E)$, $n = |V|$ mit Kantengewichten durch eine $n \times n$ -Matrix dargestellt sein (mit einer adäquaten Lösung für die Darstellung von ∞ bei Nichtkanten.)