

Aufgabe 1:**Komplementärmatrix**

(3 Punkte)

Bestimmen Sie die inverse Matrix zur folgenden Matrix $A \in M(3 \times 3, \mathbb{R})$ mit Hilfe der Komplementärmatrix:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2:**Determinante - geometrische Anwendungen**

(3 + 3 Punkte)

a) Bestimmen Sie das Volumen des Tetraeders, der durch die folgenden vier Punkte aufgespannt wird: $A = (-2, 1, 3)$, $B = (1, 2, 3)$, $C = (-1, 3, 1)$ und $D = (0, -1, 5)$

b) Für welchen Wert $a \in \mathbb{R}$ liegt der Punkt $D = (a, 2, 3)$ in einer Ebene mit den drei Punkten $A = (1, -1, 2)$, $B = (2, 1, 1)$ und $C = (3, -2, 5)$?

Aufgabe 3:**Skalarprodukt**

(5 Punkte)

Zeigen Sie, dass die folgende Funktion $\langle \cdot, \cdot \rangle : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ein Skalarprodukt ist.

$$\langle (a_1, a_2), (b_1, b_2) \rangle := 3a_1b_1 - a_1b_2 - a_2b_1 + a_2b_2$$

Aufgabe 4:**Winkel**

(6 Punkte)

Bestimmen Sie die Winkel für die folgenden Vektorpaare:

a) $\vec{u}_1 = (1, 3, 2, -1, 1, 0)$ und $\vec{u}_2 = (-1, 3, 2, 2, 0, \sqrt{7})$

b) $\vec{v}_1 = (-2, 0, 1, 1, 0)$ und $\vec{v}_2 = (1, 0, 0, -1, 0)$

c) $\vec{w}_1 = (1, 4, -1, 2, 1, -3)$ und $\vec{w}_2 = (-3, 5, 1, 5, 0, -2)$

Die Winkelbestimmung ist ohne Taschenrechner möglich und sollte im Bogenmaß erfolgen.