13. Übung **Mathematik für Informatiker III** **WS 11/12**

Klaus Kriegel **Abgabe: 08.02.2010, 12:00 Uhr**

Aufgabe 1: **Aufwärmübung** (0 Punkte)

Es sei $\Omega = \{1, 2, \ldots, 6\}$ der Wahrscheinlichkeitsraum eines Würfels mit Gleichverteilung Pr und $(\Omega_2, \mathrm{Pr}_2) = (\Omega, \mathrm{Pr}) \times (\Omega, \mathrm{Pr})$ der Wahrscheinlichkeitsraum von zwei unabhängigen Würfeln (die Würfel sind unterscheidbar, wir nennen sie Würfel 1 und Würfel 2 und schreiben die Elementarereignisse als (a_1, a_2)). Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse in Ω_2:
A : Die Summe von beiden Würfeln ist 8
B : Der Differenzbetrag von beiden Würfeln ist 2
C : Die Summe von beiden Würfeln ist durch 3 teilbar
D : Würfel 1 und Würfel 2 zeigen verschiedene Zahlen
und untersuchen Sie die Ereignisse paarweise auf Unabhängigkeit.

Aufgabe 2: **Würfeln mit Abbruchbedingungen** ($2 + 3 + 2 + 1 + 1$ Punkte)

In den folgenden Spielen wird ein Würfelexperiment so lange wiederholt, bis eine bestimmte Abbruchbedingung erfüllt ist. Zur Vereinfachung schreiben wir die Ergebnisfolgen als Strings (ohne Kommata). Bestimmen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Spiel über genau n Runden geht (n eine fest gewählte natürliche Zahl). Alle Antworten müssen kurz begründet werden.
a) Würfeln bis zum zweiten Mal eine 6 fällt (z.B. 3461326).
b) Würfeln bis gleicher Wert in zwei aufeinander folgenden Würfen (z.B. 32561322)
c) Würfeln bis Gesamtsumme durch 3 teilbar ist (z.B. 253452).
d) Wurf mit zwei unabhängigen Würfeln bis die Summe des aktuellen Wurfs gleich 7 ist (z.B. $(2, 3)(3, 1)(6, 4)(4, 3)$ mit $n = 4$).
e) Wurf mit drei unabhängigen Würfeln bis im aktuellen Wurf alle drei den gleichen Wert haben.

Aufgabe 3: **Kartenspiel** ($1 + 1 + 2 + 2$ Punkte)

Aus einem Kartenspiel mit 52 Karten (Farben Karo, Herz, Pik, Kreuz und Werte $2, 3, \ldots, 10, B, D, K, A$) werden zufällig drei Karten gezogen (ohne Zurücklegen). Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden vier Ereignisse. Es genügt jeweils eine richtige Formel mit einer kurzen Begründung.

A : Es wurden drei verschiedene Farben gezogen.
B : Alle drei Karten haben die gleiche Farbe.
C : Unter den drei Karten sind genau zwei Könige.
D : Die Karten bilden eine Straße, d.h. drei aufeinander folgende Werte aus der oben gegebenen Anordnung oder $A, 2, 3$ (die Farben können verschieden sein und die Karten können auch in einer anderen Reihenfolge gezogen worden sein)

Aufgabe 4: **Stetige Verteilungen** (4 Punkte)

Seien s und t zwei Punkte aus dem Intervall $[0, 5]$, die zufällig (bezüglich Gleichverteilung) und unabhängig gewählt wurden und A das Ereignis, dass $|s-t| \geq 2$ ist. Bestimmen Sie $\Pr(A)$. Betrachten Sie dazu das Tupel (s,t) als einen zufälligen (gleichverteilten) Punkt im Quadrat $[0,5] \times [0,5]$. Beschreiben Sie das Ereignis A als Teilmenge dieses Quadrats und die gesuchte Wahrscheinlichkeit durch die Fläche dieser Teilmenge.