

Mathematik für Informatiker III, WS 2008/09 — 9. Übungsblatt

Abgabe Dienstag, 16. Dezember 2008, 14:00 Uhr

56. Wahr oder falsch? (0 Punkte)

- (a) Wenn eine Matrix A eine (4×4) -Untermatrix B mit $\det B \neq 0$ enthält, dann enthält sie auch eine (3×3) -Untermatrix C mit $\det C \neq 0$.
- (b) Je 3 Vektoren im \mathbb{R}^4 sind linear unabhängig.
- (c) Angenommen die Vektoren v_1, v_2, v_3, v_4 erzeugen den dreidimensionalen Vektorraum V und erfüllen die Gleichung $v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 0$. Dann bilden je drei der v_i eine Basis von V .

57. (0 Punkte) Bestimmen Sie eine Menge von *verschiedenen* Vektoren, die \mathbb{R}^4 erzeugen, aber keine Basis bilden.

58. (0 Punkte) Es sei $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ eine lineare Abbildung mit $f(1, 2, 0) = 2$ und $f(0, 1, -1) = 1$. Was ist $f(-1, 1, -3)$?

59. (0 Punkte) Für welche Matrizen $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ gilt die Beziehung $AB = BA$ für alle $B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$?

60. Lösbarkeit (5 Punkte)

Für welche Werte $d \in \mathbb{R}$ hat das folgende Gleichungssystem keine Lösung, eine eindeutige Lösung, oder unendlich viele Lösungen?

$$\begin{array}{rcccc} x & + & y & + & 3z & = & 0 \\ 3x & + & y & + & z & = & d \\ x & & & - & z & = & 1 \end{array}$$

61. Basistransformation (5 Punkte)

Die Abbildung $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ sei die Spiegelung an der Geraden $y = x$ in der x - y -Ebene. Durch welche Matrix wird f in der Basis $\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$ beschrieben?

62. Das Frobenius-Problem (5 Punkte)

- (a) (2 Punkte) In Lilliput gibt es nur Münzen zu 5 und zu 9 Lewonzen. Welches ist der größte Geldbetrag, den man nicht mit diesen Münzen bezahlen kann? (Zum Beispiel kann man die Beträge 1, 2, 3 und 4 Lewonzen offensichtlich nicht mit diesen Münzen bezahlen.)
- (b) (3 Punkte) Welches ist der größte Geldbetrag, den man nicht mit diesen Münzen bezahlen kann, wenn auch Wechselgeld herausgegeben wird? (Zum Beispiel kann man 4 Lewonzen bezahlen, indem man mit einer 9-Lewonzen-Münze bezahlt und eine 5-Lewonzen-Münze als Wechselgeld zurückbekommt.) Begründen Sie Ihre Antworten.

63. Kongruenzen (5 Punkte)

Bestimmen Sie alle Lösungen folgender Gleichungen (jeweils modulo m).

- (a) $6x \equiv 5 \pmod{17}$
- (b) $7x + 13 \equiv 3x - 12 \pmod{15}$
- (c) $6x \equiv 3 \pmod{9}$
- (d) $12x \equiv 5 \pmod{100}$
- (e) $x^2 \equiv 5 \pmod{11}$

64. (0 Punkte) Erstellen Sie eine Additionstabelle und eine Multiplikationstabelle für die Restklassen modulo 8.