Mathematik für Informatiker III, WS 2008/09 — 2. Übungsblatt

Abgabe Montag, 27. Oktober 2008, 12:00 Uhr

---

9. Lineare Abhängigkeit (5 Punkte)

   Sind die folgenden Vektoren linear abhängig? Wenn ja, dann stellen Sie einen als Linearkombination der übrigen dar.

   (a) $(3, 2, 4), (-3, 2, 4), (0, 1, 2)$
   (b) $(1, 2, 1), (2, 1, 2), (2, 4, 2)$
   (c) $(0, 0, 1), (3, 2, 1)$
   (d) $(1, 0, 1), (1, 0, -1), (-1, 0, -1), (-1, 0, 1)$
   (e) $(1, 1, 1), (1, 1, -1), (1, -1, 1)$

10. Lineare Hülle (5 Punkte)

    Gehört der folgende Vektor zur linearen Hülle der in Aufgabe 9 angegebenen Vektoren?

    (a) $(1, 1, 1)$ (b) $(1, 1, 1)$ (c) $(9, 8, 7)$ (d) $(5, 0, 1)$ (e) $(1, 2, 4)$

11. Basen (0 Punkte) Stellen die jeweiligen Vektoren aus den Aufgaben 9a–e eine Basis des Vektorraumes $\mathbb{R}^3$ dar? Sind sie ein Erzeugendensystem für den Raum $\mathbb{R}^3$?

12. Charakterisierung der linearen Abhängigkeit (4 Punkte)

    Beweisen Sie: Wenn es für einen Vektor $\vec{x}$ zwei verschiedene Darstellungen als Linearkombination der Vektoren $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_k$ gibt, dann sind die Vektoren $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_k$ linear abhängig.

13. Zusammensetzung von linearen Abbildungen (0 Punkte)

    Die nebenstehende Tabelle gibt den Preis und das Gewicht für die drei Holzarten an, die bei der *Möbel&Holz* GmbH aus Aufgabe 2 verwendet werden.

	Preis	Gewicht
Eiche	14	52
Erle	9	38
Esche	12	51

    Erstellen Sie eine Tabelle, die für jedes der drei Möbelstücke den Gesamtmaterialwert und das Gesamtgewicht angibt.

14. (6 Punkte) Die *X&YLO* GmbH stellt aus n verschiedenen Holzarten m Arten von Möbeln her. Für ein Möbelstück des Typs i werden a_{ij} Einheiten von Holzart j benötigt, für $i = 1, \ldots, m$ und $j = 1, \ldots, n$.

    Eine Einheiten von Holzart j kostet b_{j1} Taler und wiegt b_{j2}. Stellen Sie eine Formel für den Materialpreis c_{i1} und das Gewicht c_{i2} jedes Möbelstücks $i = 1, \ldots, m$ auf.

15. Gleiche Unterräume (0 Punkte)

    Zeigen Sie, dass die folgenden beiden Unterräume des $\mathbb{R}^4$ gleich sind. Beschreiben Sie zunächst kurz, wie Sie vorgehen.

    $$\mathrm{Lin}(\{(2, 1, 0, 4), (3, 3, 2, 1)\}), \quad \mathrm{Lin}(\{(5, 4, 2, 5), (1, 2, 2, -3)\})$$

    Welche Dimension hat dieser Unterraum?

16. Basisergänzung (0 Punkte)

    Ergänzen Sie die Vektoren aus Aufgabe 9, die linear unabhängig sind und keine Basis von $\mathbb{R}^3$ bilden, zu einer Basis des Vektorraumes $\mathbb{R}^3$.

17. (0 Punkte) Wählen Sie aus den Vektoren aus Aufgabe 9a–e jeweils eine Basis für den durch sie aufgespannten Unterraum aus.