Mathematik für Informatiker III, WS 2008/09 — 1. Übungsblatt

Abgabe Montag, 20. Oktober 2008, 12:00 Uhr

(0-Punkte-Aufgaben sind freiwillige Vor- oder Zusatzübungen.)

---

1. (0 Punkte) 30 Köpfe, 80 Beine, wieviel Hühner, wieviel Schweine?

2. Lineare Abbildungen (0 Punkte)

   Die *Möbel&Holz* GmbH stellt drei Arten von Vollholzmöbeln her. Die nebenstehende Tabelle gibt an, wieviel Holz welcher Art für ein Möbelstück jedes Typs benötigt werden. Wieviel Holz wird benötigt, um 4 Betten, 2 Armsessel und 1 Couch herzustellen?

	Eiche	Erle	Esche
Armsessel	9	11	15
Bett	29	26	25
Couch	20	15	10

   Wieviel muss man an Materialwert für ein Bett kalkulieren, wenn die Preise für die drei Holzarten 14, 9, und 12 Taler sind?

3. (0 Punkte) Die Steuerfahndung stellt bei der Überprüfung der *M&H* GmbH fest, dass im vergangenen Jahr 320 Einheiten Eiche, 400 Einheiten Erle, und 60 Einheiten Esche eingekauft wurden. Was kann man daraus schließen?

4. Elementargeometrie (0 Punkte)

   Finden Sie ein Gleichungssystem, dass die Punkte auf der Geraden durch $(1, 0, 0)$ und $(2, -4, 1)$ im $\mathbb{R}^3$ beschreibt.

5. Einsetzen (3 Punkte)

   Die Vektoren $\vec{u}$ und $\vec{w}$ sind als Linearkombinationen $\vec{u} = 3\vec{v}_1 + 4\vec{v}_2 - 5\vec{v}_3$ und $\vec{w} = -7\vec{v}_1 + \vec{v}_3$ der drei Vektoren $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ gegeben.

   (a) (0 Punkte) Stellen Sie $\vec{u} + 3\vec{w}$ als Linearkombinationen der drei Vektoren $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ dar.

   (b) (3 Punkte) Wenn $\vec{v}_2 = 3\vec{v}_1 - 6\vec{v}_3$ ist, wie kann man dann $\vec{u}$ als Linearkombinationen der zwei Vektoren $\vec{v}_1, \vec{v}_3$ darstellen?

   Geben Sie an, welche Rechenregeln eines Vektorraumes Sie in jedem Schritt verwenden.

6. (4 Punkte) Zeigen Sie, dass ein Vektorraum V bezüglich der Addition eine *Gruppe* ist:

   (a) Beweisen Sie $\vec{0} + \vec{v} = \vec{v}$, für alle $\vec{v} \in V$.

   (b) Zeigen Sie, dass es für jeden Vector $\vec{v} \in V$ einen Vektor $\vec{w} \in V$ mit $\vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$ gibt.

7. Vektorräume (6 Punkte)

   Welche der folgenden Mengen sind Vektorräume (bezüglich der punktweisen Addition und Multiplikation mit einem Skalar)?

   $M_1 = \{ f\colon [0,1] \to \mathbb{R} \mid f(0) = f(1) \}$ $\quad M_2 = \{ f\colon [0,1] \to \mathbb{R} \mid f(1/4) = (f(1/2))^2 \}$

   $M_3 = \{ f\colon [0,1] \to \mathbb{R} \mid f(0) = -f(1) \}$ $\quad M_4 = \{ f\colon [0,1] \to \mathbb{R} \mid f \text{ monoton wachsend} \}$

8. Linearkombinationen (5 Punkte)

   (a) (0 Punkte) Welche Punkte der Ebene lassen sich als Linearkombinationen $\lambda_1\vec{v}_1 + \lambda_2\vec{v}_2 + \lambda_3\vec{v}_3$ der Vektoren $\vec{v}_1 = (2, 3)$, $\vec{v}_2 = (3, -2)$, $\vec{v}_3 = (1, 5)$ mit lauter *positiven* Koeffizienten λ_i darstellen?

   (b) (3 Punkte) Wie ist es für $\vec{v}_1 = (2, 3)$, $\vec{v}_2 = (3, -2)$, $\vec{v}_3 = (0, 0)$?

   (c) (2 Punkte) Wie ist es für $\vec{v}_1 = (2, 3)$, $\vec{v}_2 = (3, -2)$, $\vec{v}_3 = (-1, 0)$?