Vorname: ________________ FAMILIENNAME: __________________________

Mathematik für Informatiker III, WS 2008/09
Klausur

Jede Aufgabe hat 5 Punkte. Abgabe bis Montag, 9. Februar 2009, 13:45 Uhr

---

1. Diagonalisierung

   (a) Diagonalisieren Sie die Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 2/3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ durch eine invertierbare Matrix T, sodass $T^{-1} \cdot A \cdot T$ eine Diagonalmatrix ist.

   (b) Berechnen Sie A^{10}.

2. Lineare Codes

   Wie viele Fehler kann der durch die Erzeugermatrix $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ gegebene lineare Code $C \subset \mathbb{Z}_2^5$ erkennen?
   Wie viele Fehler kann er korrigieren?

3. Rang

   Für welche $x \in \mathbb{R}$ hat die folgende Matrix Rang 3?

   $$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & x & 7 \\ 6 & 7 & x & 9 \end{pmatrix}$$

4. Wahrscheinlichkeit.

   Ein fairer Würfel wird sechsmal hintereinander geworfen. Die Zufallvariable X sei die Summe der *quadrierten* Augenzahlen. Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von X.

5. Simultane Kongruenzen

   Bestimmen Sie alle Zahlen $x \in \{-80, -79, \ldots, -1, 0, 1, 2, \ldots, 79, 80\}$, die gleichzeitig die folgenden drei Gleichungen erfüllen

   $$x \equiv 1 \pmod 2$$
   $$x \equiv -1 \pmod 5$$
   $$x \equiv 4 \pmod 7$$

6. Lineare Abhängigkeit

   Beweisen Sie wahlweise, dass die folgenden Vektoren linear unabhängig sind, oder stellen Sie einen der Vektoren als Linearkombination der übrigen dar. (Sie dürfen bei jeder Teilaufgabe unabhängig entscheiden.)

   (a) $(1, 1, 1)$, $(1, -1, -1)$, $(-1, -1, 1)$

   (b) $(1, 1, 0)$, $(1, 1, 1)$, $(1, 1, 2)$, $(1, 1, 3)$, $(1, 1, 4)$

   (c) $(1, 3, 1)$, $(3, 1, 3)$, $(3, 9, 3)$

   (d) $(4, 3, 2, 1)$, $(1, 2, 3, 4)$, $(1, 0, 0, 0)$

   (e) $(5, 6)$, $(6, 5)$