Mathematik für Informatiker I **WS08/09**

3. Übung **Abgabe: 07.11.08 bis 12:00 Uhr**

Aufgabe 1: **Relationen** 6 Punkte

Untersuchen Sie die folgenden Relationen $R, S, T \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ hinsichtlich der Eigenschaften Transitivität, Symmetrie und Antisymmetrie. Für positive Antworten muss eine kurze Begründung (in der Regel reicht ein Satz) gegeben werden, negative Antworten können durch konkrete Gegenbeispiele belegt werden.

$m\,R\,n \iff$ jeder Primteiler von m ist auch ein Teiler von n

$m\,S\,n \iff$ m ist ein echter Teiler von n, d.h. $m \mid n$ und $m \neq n$

$m\,T\,n \iff$ die Summen aller Primzahlen, die m bzw. n teilen, sind gleich (jeder Primteiler wird nur einfach gezählt)

Aufgabe 2: **Relationsverkettung** 8 Punkte

Es sei $A = [0,1]^2$ die Menge aller Punkte im Einheitsquadrat. über der Menge A sind drei Relationen $R, S, T \subseteq A \times A$ wie folgt definiert:

$$(r,s)\,R\,(x,y) \iff r \leq x$$
$$(r,s)\,S\,(x,y) \iff s \leq y$$
$$(r,s)\,T\,(x,y) \iff (r+s) \leq (x+y)$$

Geben Sie eine ähnlich geartete Beschreibung der folgenden Relationen an und begründen Sie Ihre Antworten:

a) $R_1 = R \circ S$ b) $R_2 = R \circ T$ c) $R_3 = T \circ S$ d) $R_4 = R^{-1} \circ S$

Aufgabe 3: **Äquivalenzrelationen** $1+6$ Punkte

Gegeben ist eine Menge M von 7 Punkten: sechs Punkte $\{a,b,c,d,e,f\}$ auf einem Kreis, die ein gleichseitiges Sechseck bilden, und der Mittelpunkt o des Kreises. Es sei A die Menge aller 3–elementigen Untermengen von M und A_Δ die Menge der 3–elementigen Untermengen von M, die **nicht** auf einer Linie liegen (also ein echtes Dreieck bilden).

a) Wie groß sind A und A_Δ (konkrete Zahlen)?

$$|A| = \qquad\qquad |A_\Delta| =$$

b) Wir betrachten auf der Menge A_Δ drei Äquivalenzrelationen $\sim, \approx$ und $\equiv$, die wie folgt definiert sind:

$\{u,v,w\} \sim \{x,y,z\} \iff$ die von $\{u,v,w\}$ und $\{x,y,z\}$ aufgespannten Dreiecke sind kongruent

$\{u,v,w\} \approx \{x,y,z\} \iff$ die von $\{u,v,w\}$ und $\{x,y,z\}$ aufgespannten Dreiecke sind ähnlich

$\{u,v,w\} \equiv \{x,y,z\} \iff$ die von $\{u,v,w\}$ und $\{x,y,z\}$ aufgespannten Dreiecke haben den gleichen Flächeninhalt

Wieviele Äquivalenzklassen gibt es für die drei Relationen, wie groß sind diese Klassen und welche Repräsentanten haben sie. Tragen Sie die Antworten in die folgende Tabelle ein. Leergelassene Felder bedeuten, dass es keine weiteren Äquivalenzklassen gibt.

Relation	$\sim$	$\sim$	$\approx$	$\approx$	$\equiv$	$\equiv$
	Größe	Repräsentant	Größe	Repräsentant	Größe	Repräsentant
Klasse 1						
Klasse 2						
Klasse 3						
Klasse 4						
Klasse 5						