

12. Übung

Abgabe: 23.01.09 bis 12:00 Uhr

Aufgabe 1: Komplementärgraphen 2 + 3 + 3 Punkte

a) Zeigen Sie, dass für jeden nicht zusammenhängenden Graphen G der Durchmesser des Komplementärgraphen \overline{G} höchstens 2 ist.

b) Zeigen Sie, dass für jeden Graphen G , dessen Durchmesser größer als 2 ist, der Durchmesser des Komplementärgraphen \overline{G} höchstens 3 ist.

c) Welchen Durchmesser hat der Komplementärgraph des Würfelgraphen Q_3 ?

Hinweis: Auf Grund der Symmetrie reicht es aus die Abstände in $\overline{Q_3}$ für drei Knotenpaare zu untersuchen, die in Q_3 den Abstand 1, 2 oder 3 haben.

Welchen Durchmesser haben die Komplementärgraphen der Würfelgraphen Q_d für $d \geq 4$?

Aufgabe 2: Bäume 5 Punkte

Für einen Baum $T = (V, E)$ betrachten wir die Abstandssumme $s(T) := \sum_{u \neq v \in V} d_T(u, v)$.

Welchen minimalen bzw. maximalen Wert kann diese Summe für Bäume mit n Knoten annehmen und durch welche Bäume werden diese Extremwerte realisiert?

Es ist nicht schwer, die richtige Antwort zu finden, aber Sie müssen natürlich auch begründen, warum es nicht noch besser geht.

Aufgabe 3: BFS und DFS 4 Punkte

Ein Graph $G(V, E)$ mit $V = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ sei durch die folgende Adjazenzliste gegeben:

$a : b, d, h; b : a, c, d, e; c : b, d, g; d : a, b, c; e : b; f : g; g : c, f, h; h : a, g;$

Konstruieren Sie den BFS-Baum und den DFS-Baum von G bei Start in a .

Aufgabe 4: Breitensuche 3 + 2 Punkte

Es sei $G = (V, E)$ ein beliebiger, zusammenhängender Graph in dem ein beliebiger Knoten r als Wurzel gewählt wurde und sei $T = (V, E')$ ein BFS-Baum von G mit der Wurzel r . Wir suchen allgemeingültige Aussagen über die Durchmesser von G und T :

a) Finden Sie eine möglichst kleine Konstante C_1 , so dass $D(T) \leq C_1 \cdot D(G)$ immer gilt (Beweis!). Zeigen Sie durch Beispielgraphen mit $D(T) = C_1 \cdot D(G)$, dass C_1 kleinstmöglich gewählt wurde.

b) Finden Sie eine möglichst kleine Konstante C_2 , so dass $D(G) \leq C_2 \cdot D(T)$ immer gilt (Beweis!). Zeigen Sie durch Beispielgraphen mit $D(G) = C_2 \cdot D(T)$, dass C_2 kleinstmöglich gewählt wurde.