

11. Übung

Abgabe: 16.01.09 bis 12:00 Uhr

**Aufgabe 1:**

**Isomorphie**

6 Punkte

Anliegen der folgenden Aufgabenstellung ist es, Graphisomorphismen zu erkennen bzw. Argumente für die Nichtisomorphie von Graphen zu formulieren.

a) Wieviele paarweise nichtisomorphe Graphen mit 6 Knoten gibt es, die zusammenhängend und bipartit sind? Stellen Sie eine Liste auf, in der jeder Isomorphietyp genau einmal vertreten ist.

Hinweis: Machen Sie primär eine Fallunterscheidung bezüglich der Kreise die in den Graphen auftreten (Kreislänge und Anzahl).

b) Wieviele paarweise nichtisomorphe, zusammenhängende, induzierte Untergraphen des Würfelgraphen  $Q_3$  gibt es? Stellen Sie eine Liste auf, in der jeder Isomorphietyp genau einmal vertreten ist.

Hinweis: Machen Sie primär eine Fallunterscheidung bezüglich der Anzahl der Knoten in den Untergraphen.

**Aufgabe 2:**

**Größe und Durchmesser**

3 + 4 + 3 Punkte

a) Sei  $n \geq 6$  eine natürliche Zahl,  $M$  eine  $n$ -elementige Menge,  $\binom{M}{2}$  die Menge aller 2-elementigen Untermengen von  $M$  und  $G = (V, E)$  ein Graph mit  $V = \binom{M}{2}$ , wobei zwei Knoten  $A, B \in V$  genau dann adjazent sind, wenn  $A \cap B \neq \emptyset$  gilt. Bestimmen Sie die Größe  $|E|$  und den Durchmesser  $D(G)$  von  $G$ . Natürlich müssen die Antworten auch kurz begründet werden.

b) Beantworten Sie die gleichen Fragen noch einmal für den Graphen  $G' = (V', E')$  mit  $V' = \binom{M}{3}$  und der gleichen Regel für die Adjazenz.

c) Beantworten Sie die gleichen Fragen noch einmal für den Graphen  $G'' = (V'', E'')$  mit  $V'' = \binom{M}{3}$  und der Regel, dass zwei Knoten  $A, B \in V''$  genau dann adjazent sind, wenn  $|A \cap B| = 2$  ist.

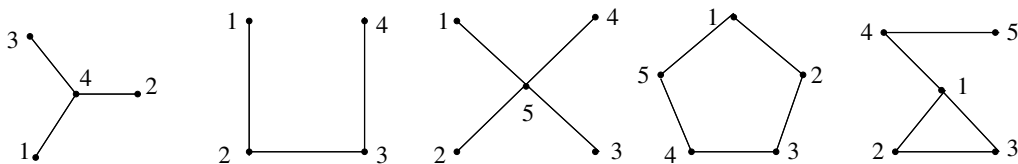
**Aufgabe 3:**

**Komplementärgraphen**

5 + 1 Punkte

Der Komplementärgraph  $\bar{G}$  eines Graphen  $G = (V, E)$  hat genau die Kanten, die  $G$  nicht hat, d.h.  $\bar{G} = (V, \bar{E})$  wobei  $\bar{E} = \binom{V}{2} \setminus E$ . Der Graph  $G$  wird selbstkomplementär genannt, wenn  $G$  isomorph zu seinem Komplementärgraphen  $\bar{G}$  ist.

a) Entscheiden Sie für die nachfolgend abgebildeten Graphen, ob sie selbstkomplementär sind oder nicht. Positive Antworten sind durch Beschreibung eines Isomorphismus zu begründen, negative Antworten durch Argumente, warum  $G$  und  $\bar{G}$  nicht isomorph sein können.



b) Zeigen Sie, dass es keine selbstkomplementären Graphen mit 6 Knoten gibt!