Algorithmen und Programmierung I

WS06/07
E. Fehr

Aufgabenblatt 5

Abgabe bis zur Übung (21.11.-24.11.)

Aufgabe 1)

Zeigen Sie unter Verwendung der Ausgangsfunktionen sowie der Einsetzungs- und Induktions-Schemata, dass für eine primitiv rekursive Funktion $f : \mathcal{N}^{n+2} \longrightarrow \mathcal{N}$ auch $g : \mathcal{N}^{n+1} \longrightarrow \mathcal{N}$ primitiv rekursiv ist mit

$$g(\vec{x}, z) = \textstyle\sum_{y=0}^{z} f(\vec{x}, y, z).$$

Aufgabe 2)

Programmieren Sie den μ-Operator für 2-stellige Prädikate in Haskell. Geben Sie den Typ des μ-Operators im Skript mit an (verwenden Sie Int oder Nat für die natürlichen Zahlen).

Aufgabe 3)

Die Ackermann-Funktion $ack :: (Int, Int) \longrightarrow Int$ ist wie folgt definiert:
$ack\ (0, y) = y + 1$
$ack\ (x + 1, 0) = ack\ (x, 1)$
$ack\ (x + 1, y + 1) = ack\ (x, ack\ (x + 1, y))$
Führen Sie eine Reduktion von $ack\ (2, 1)$ auf Normalform aus und überprüfen Sie Ihr Ergebnis am Rechner.

Aufgabe 4)

Beweisen Sie, dass für primitiv rekursive Funktionen g und h, die Funktion f mit

$$f(x, y) = g\,(h(y), x)$$

primitiv rekursiv ist, indem Sie diese Einsetzung auf das allgemeine Einsetzungsschema zurückführen.

Aufgabe 5)

Zeigen Sie, dass es zu jeder Projektionsfunktion π_i^k einen äquivalenten λ-Ausdruck gibt.

Aufgabe 6)

Reduzieren Sie den Ausdruck

$$z(\lambda x.\lambda y.(x\ y))y$$

auf seine Normalform.