10. Aufgabenblatt vom Freitag, den 06. Januar 2006 zur Vorlesung

Mathematik für Informatiker I

(Ludmila Scharf, Frank Hoffmann)

Abgabe am Mittwoch, den 18. Januar 2006 bis $13^{\underline{00}}$

1. **Wahrscheinlichkeiten I** (4 Punkte) Die Seiten von zwei Würfeln sind mit den folgenden Zahlen beschriftet:
   Würfel 1: $6, 4, 3, 3, 3, 3$ Würfel 2: $5, 5, 5, 2, 2, 2$
   (a) Spieler 1 würfelt mit dem ersten, Spieler 2 mit dem zweiten Würfel. Wer die höhere Augenzahl erzielt, hat gewonnen. Entwerfen Sie einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum und bestimmen Sie die Gewinnwahrscheinlichkeit von Spieler 1.
   (b) Das Spiel wird wie folgt modifiziert: Spieler 1 zahlt einen Einsatz von 5 Euro und Spieler 2 zahlt 4 Euro, der Gewinner erhält den gesamten Einsatz. Wie hoch ist der erwartete Gewinn/Verlust für Spieler 2 ?

2. **Wahrscheinlichkeiten II** (2 Punkte) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei fairem Würfel
   (a) beim sechmaligen Würfeln mindestens eine Eins zu erzielen, bzw.
   (b) beim zwölfmaligen Würfeln mindestens zwei Vieren zu erzielen?

   Hinweis: Es ist leichter, die jeweiligen Komplementärereignisse zu analysieren.

3. **Bedingtes und Unabhängiges** (3 Punkte) Ein fairer Würfel wird viermal geworfen. Es sei A das Ereignis, dass mindestens eine Eins gewürfelt wird.
   (a) Wie groß ist die bedingte Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A, unter der Voraussetzung B, dass im ersten Wurf eine Sechs fällt? Sind A und B unabhängig?
   (b) Wie groß ist die bedingte Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A, unter der Voraussetzung C, dass mindestens eine Sechs geworfen wird?

4. **2 Würfel** (3 Punkte) Zeigen Sie, dass es keine 2 Würfel mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen $(p_1, \ldots, p_6)$ bzw. $(q_1, \ldots, q_6)$ geben kann, so dass beim Wurf als Summe der Augen die Werte 2 bis 12 gleichverteilt mit Wahrscheinlichkeit 1/11 angenommen werden. Tipp: Nehmen Sie an, es ginge doch und diskutieren Sie die Augensummen 2, 12 und 7.

5. **Unabhängigkeit** (2 Punkte)
   Zwei faire Würfel werden gleichzeitg gespielt. Wir betrachten die 3 Ereignisse
   A_1= Der erste Würfel zeigt eine ungerade Augenzahl.
   A_2= Der zweite Würfel zeigt eine ungerade Augenzahl.
   A_3= Die Augensumme der zwei Würfel ist ungerade.
   Untersuchen Sie diese Ereignisse auf paarweise bzw. auf totale Unabhängigkeit!

6. **Steine werfen** (4 Punkte) Alice und Bob werfen Steine auf eine Fensterscheibe. Alice trifft mit Wahrscheinlichkeit $2/5$ und Bob mit $1/4$. Zuerst wirft Alice einmal und dann immer abwechselnd jeder zweimal, also A,BB,AA,BB,AA usw.
   Berechnen Sie den Wert der Wahrscheinlichkeit, dass Alice zuerst trifft?