3. Aufgabenblatt vom Freitag, den 04. November 2005 zur Vorlesung

# Mathematik für Informatiker I

(Ludmila Scharf, Frank Hoffmann)

Abgabe am Mittwoch, den 16. November 2005 bis $13^{\underline{00}}$

1. **Mengen** (2+2+1 Punkte)

   (a) Beweisen Sie für Mengen $A, B, C$:

   $$\overline{A \cup (B \cap C)} = (\overline{C} \cup \overline{B}) \cap \overline{A}$$

   (b) Was können Sie jeweils über Mengen $A, B$ aussagen, wenn gilt

   $$A \cup B = A, \quad A \cap B = A, \quad A \setminus B = A, \quad A \setminus B = B \setminus A$$

   Begründung!

   (c) Zeichnen Sie ein Venn–Diagramm für $(A \setminus B) \cup (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$

2. **Symmetrische Differenz** (2+2 Punkte) Sei die symmetrische Differenz zweier Mengen $A, B$ definiert als

   $$A \oplus B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

   (a) Überprüfen Sie, ob $\oplus$ eine assoziative Operation ist!

   (b) Angenommen, $A \oplus C = B \oplus C$. Folgt daraus $A = B$?

3. **Relationen I** (2 Punkte)

   Für zwei natürliche Zahlen $x, y \in \boldsymbol{N}$ verwenden wir die Schreibweise “$x|y$” für die Aussage “$y$ läßt sich ohne Rest durch $x$ teilen”. Die Relationen $R, S \subset \boldsymbol{N} \times \boldsymbol{N}$ sind wie folgt definiert:
   $R = \{(x, y) \mid \quad x|y\}$ und $S = \{(x, y) \mid \quad x|y \ und\ 3| \ \frac{y}{x}\}$.
   Man beschreibe in ähnlicher Weise die Relationen $R' = R \circ R$, $S' = S \circ S$ und $T = R \circ S$.

4. **Kartesisches Produkt und Anzahl von Relationen** (1+3+2 Punkte).

   (a) Welche Mächtigkeit hat das kartesische Produkt zweier endlicher Mengen und welche seine Potenzmenge?

   (b) Sei $A$ eine Menge mit $n$ Elementen. Stellen Sie Formeln auf für die Anzahl der reflexiven, der symmetrischen bzw. der reflexiven und smmetrischen Relationen in $A$ und begründen Sie diese.

   (c) Wie viele verschiedene Äquivalenzrelationen gibt es in der Menge $\{u, v, w, x\}$ und warum?