

Entwurf und Analyse von Algorithmen, WS 2005/06
Nachklausur zur Abschlussklausur, Montag, 3. April 2006

Anleitung: Sie haben 90 Minuten Zeit. Es sind *drei* von den vier Aufgaben zu bearbeiten. Streichen Sie *eine* Aufgabe deutlich auf dem Angabeblatt. Diese Aufgabe wird nicht in die Bewertung einbezogen.

Sie können alle Aussagen, die in der Vorlesung oder auf den Übungsblättern vorgekommen sind, verwenden, ohne die Beweise abzuschreiben.

Kriterium für positive Bewertung: mindestens 50 %, das sind 15 Punkte.

1. (10 Punkte) Berechnen Sie die kürzesten Wege vom Knoten 1 zu allen anderen Knoten im Graphen mit der folgenden Gewichtsmatrix mit dem Algorithmus von Dijkstra. Geben Sie (am besten tabellarisch) die Daten nach jedem Iterationsschritt an, und geben Sie auch die kürzesten Wege selbst an.

$$M = \begin{pmatrix} - & 1 & 12 & 7 & 8 & - \\ - & - & - & 4 & 7 & - \\ - & - & - & - & 3 & 2 \\ - & 3 & 8 & - & 2 & 6 \\ 2 & 2 & 3 & - & - & 3 \\ - & 1 & 2 & 3 & 4 & - \end{pmatrix}$$

2. (10 Punkte) Geben Sie eine möglichst gute asymptotische obere und untere Schranke für die Lösung der folgende Rekursionsgleichung an. Der Rekursionsanfang ist durch $T(n) = \Theta(1)$ für $n \leq n_0$ gegeben.

- (a) $T(n) = 9T(n/3) + 7n^2$
- (b) $T(n) = 2T(n/3) + 3n$
- (c) $T(n) = 2T(n-2) + 1/n$
- (d) $T(n) = 4T(n/3) + \sqrt{n}$

3. (10 Punkte) Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch? Begründen Sie Ihre Antworten.

- (a) Wenn jedes Entscheidungsproblem in P NP-vollständig ist, dann ist $P = NP$.
- (b) Wenn sich A in linearer Zeit lösen lässt und $B \leq_P A$ ist, dann gibt es auch einen Linearzeitalgorithmus für B .
- (c) Wenn A polynomiell ist und B NP-vollständig, dann ist $A \leq_P B$.
- (d) Wenn $A \leq_P B$ und $C \leq_P B$ ist, dann kann nicht gleichzeitig A NP-vollständig und C polynomiell lösbar sein.

4. (10 Punkte) Gegeben ist eine sortierte Menge von Schlüsseln S_1, \dots, S_n , die mit den Häufigkeiten h_1, \dots, h_n gesucht werden. Entwerfen Sie einen polynomiellen Algorithmus, der einen optimalen statischen binären Suchbaum für diese Menge berechnet, bei dem die mittlere Suchzeit minimal ist. (In dem Suchbaum sollen die n Schlüssel in den inneren Knoten *und* in den Blättern gespeichert werden.)

Begründen Sie in knappen Worten die Korrektheit, und analysieren Sie die Laufzeit und den Speicherbedarf.