1. Aufgabenblatt zur Vorlesung

Höhere Algorithmik II — SoSe 2017

Wolfgang Mulzer, Katharina Klost

Abgabe bis zum 26. April 2017, 12 Uhr, in den Briefkasten neben Raum 111

Aufgabe 1 Lineares Programmieren *10 Punkte*

Für welche Werte von s und t gilt für das lineare Programm

$$\begin{aligned} \max x_1 + x_2, &\text{ wobei} \\ sx_1 + tx_2 &\leq 1 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

(a) es gibt eine optimale Lösung,

(b) es gibt keine zulässige Lösung,

(c) die Zielfunktion ist unbeschränkt?

Aufgabe 2 Polynomialzeitreduktion *10 Punkte*

Zeigen Sie, dass

(a) Rudrata-Pfad $\leq_p$ Rudrata-Kreis. Dabei ist Rudrata-Kreis das Problem, ob ein gegebener Graph einen Kreis besitzt, auf dem jeder Knoten genau einmal vorkommt, und Rudrata-Pfad ist das Problem, ob ein Pfad vorhanden ist, in dem jeder Knoten genau einmal vorkommt (der Anfangs- und Endknoten müssen nicht verbunden sein).

Hinweis: Fügen Sie zu einem Graphen G einen weiteren Knoten hinzu, der mit allen ursprünglichen Knoten durch Kanten verbunden ist.

(b) Rudrata-Pfad $\leq_p$ TGI, wobei TGI (Teilgraphisomorphie) folgendermaßen definiert ist: Gegeben seien zwei gerichtete Graphen $G_1 = (V_1, E_1)$ und $G_2 = (V_2, E_2)$. Gibt es einen Teilgraphen $G'_2 = (V'_2, E'_2)$ mit $V'_2 \subseteq V_2$ und $E'_2 \subseteq E_2$, so dass G_1 und G'_2 isomorph sind?

Aufgabe 3 Planare Graphen *10 Punkte*

Lipton and Tarjan haben bewiesen, dass jeder planare Graph $G = (V, E)$ mit n Knoten einen *ausgeglichenen Separator* der Größe $O(\sqrt{n})$ besitzt. Dabei handelt es sich um eine Knotenmenge $S \subseteq V$, so dass jede Zusammenhangskomponente von $G \setminus S$ höchstens $2n/3$ Knoten hat. Lipton und Tarjan haben auch gezeigt, dass sich ein ausgeglichener Separator in $O(n)$ Zeit finden lässt.

Folgern Sie daraus, dass man eine größte *unabhängige Menge* in G in $2^{O(\sqrt{n})}$ Zeit berechnen kann. Eine unabhängige Menge ist eine Menge von Knoten, in der keine zwei Knoten durch eine Kante verbunden sind.

Hinweis: Verwenden Sie dynamisches Programmieren und das Teile-und-Herrsche Prinzip.