Sonderaufgabenblatt zur Vorlesung

Grundlagen der theoretischen Informatik — SoSe 2014

Wolfgang Mulzer

Abgabe keine Abgabe

Aufgabe 1 Pumping-Lemma

(a) Zeigen Sie mit dem Pumping-Lemma, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind.

(i) $\Sigma = \{0, 1\}$ und $L = \{0^n 1^m 0^{n+m} \mid n, m \in \mathbb{N}\}$.

(ii) $\Sigma = \{(,)\}$ und L die Menge aller gültigen Klammerausdrücke.

(iii) $\Sigma = \{0, 1, \#\}$ und $L = \{w\#w \mid w \in \{0, 1\}^*\}$.

(iv) $\Sigma = \{0, 1\}$ und L die Menge aller Wörter, in denen sich die Anzahl der Nullen und die Anzahl der Einsen um höchstens 12 unterscheiden.

(v) $\Sigma = \{0, 1, +, =\}$ und

$$L = \{w_1{+}w_2{=}w_3 \mid w_1, w_2, w_3 \in \{0,1\}^+,\\ w_1 + w_2 = w_3 \text{ ist eine gültige Formel in Binärarithmetik.}\}.$$

(vi) $\Sigma = \{0, 1\}$ und $L = \{w\overline{w} \mid w \in \Sigma^*\}$, wobei $\overline{w}$ aus w hervor geht, indem man jede 0 durch eine 1 und jede 1 durch eine 0 ersetzt.

(vii) $\Sigma = \{0, 1\}$ und $L = \{w1^{|w|} \mid w \in \Sigma^*\}$.

(viii) $\Sigma = \{0, 1\}$ und $L = \{0^i 1^j \mid i, j \in \mathbb{N}, i > j \geq 1\}$.

(b) Sei $\Sigma = \{0, 1\}$ und sei $L = L((000 \cup 111)(000 \cup 111)^*)$. Definiere

$$L_{\frac{1}{3}-\frac{1}{3}} := \{uw \mid \exists v \in \Sigma^* \text{ so dass } uvw \in L \text{ und } |u| = |v| = |w|\}.$$

Dann ist $L_{\frac{1}{3}-\frac{1}{3}}$ nicht regulär.

(c) Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ und $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ und } j = k \text{ falls } i = 1\}$. Zeigen Sie, dass L die Folgerung des Pumping-Lemmas erfüllt. Verwenden Sie dann die Nerode-Relation, um zu zeigen, dass L nicht regulär ist.